С.Л. Парновський

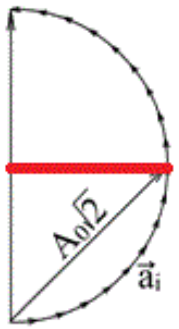
Оптика

Лекція 9

Хвильова оптика. Дифракція

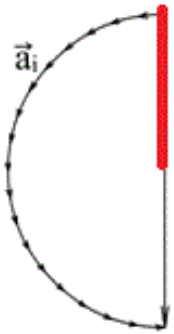
Закриваємо центральні зони. Пляма Пуассона.

а) I зона Френеля открыта



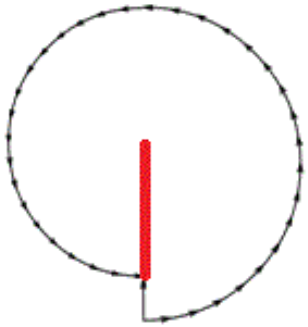
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1$; $A_1=2A_0$; $I=4I_0$

б) II зона Френеля открыта



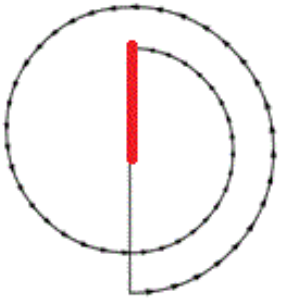
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_2$; $A_2\approx 2A_0$; $I\approx 4I_0$

в) I и II зоны Френеля открыты



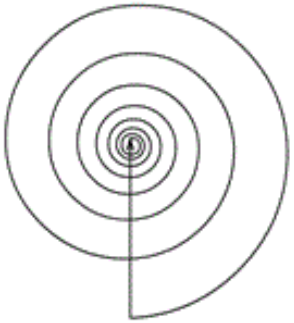
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1+\vec{A}_2$; $A_{рез}\approx 0$; $I\approx 0$

г) I, II и III зоны Френеля открыты



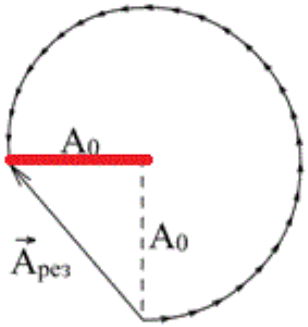
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1+\vec{A}_2+\vec{A}_3$;
$A_{рез}\approx A_1$; $I\approx 4I_0$

д) Полностью открытый фронт



$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_0$; $I = I_0$

е) открыты полторы зоны Френеля



$A_{рез} = A_0\sqrt{2}$; $I = 2I_0$

Рис. 4

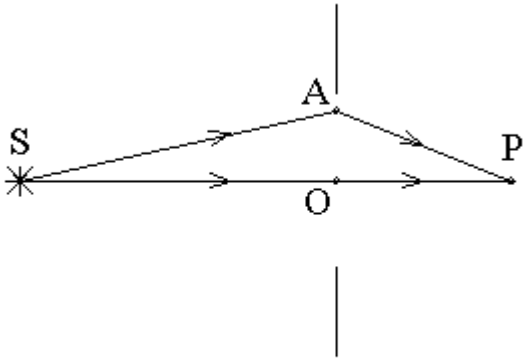
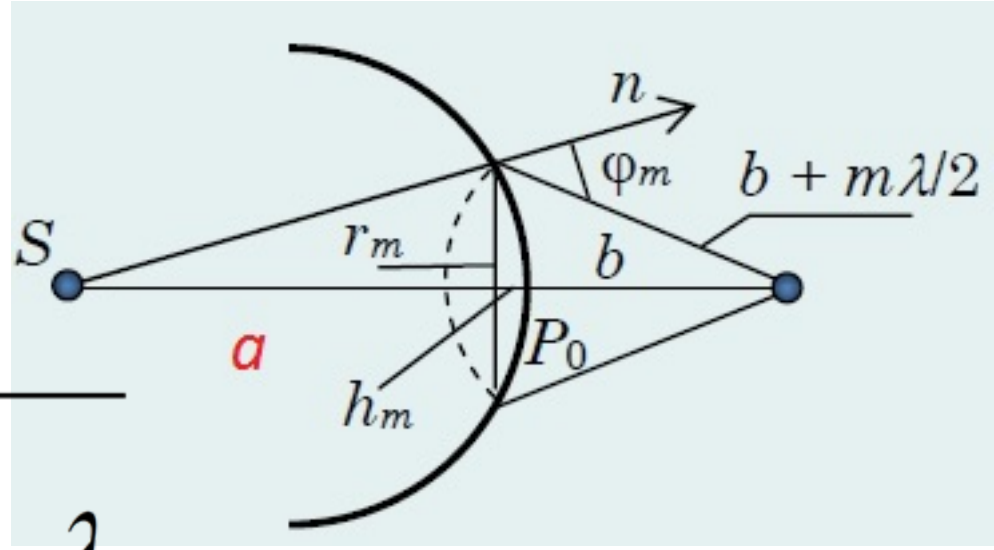


Рис. 36



$$r_m = \sqrt{m\frac{ab}{a+b}\lambda}$$

$$\sqrt{a^2 + r_m^2} + \sqrt{b^2 + r_m^2} = a + b + \frac{m\lambda}{2}$$

$$S_m = \pi r_m^2 \sim m$$

$$\sqrt{a^2 + r_m^2} = a\sqrt{1 + (r_m / a)^2} \approx$$

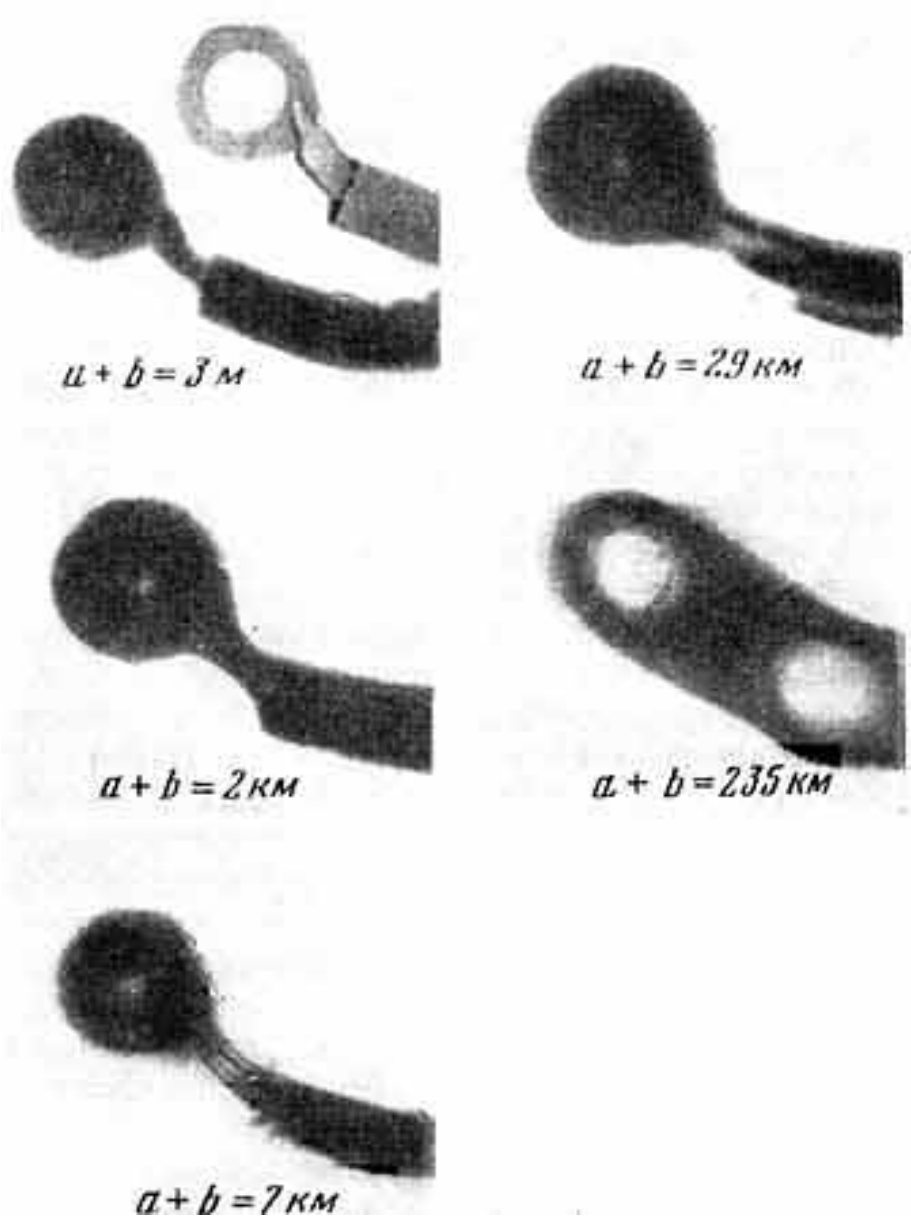
$$\approx a\left(1 + \frac{1}{2}(r_m / a)^2 + \ldots\right) \approx a + \frac{r_m^2}{2a}$$

Масштабування

λ=const

a,b→Ka,Kb

r→rK$^{1/2}$



Основне рівняння дифракції

8.3.3. Дифракция Фраунгофера и Френеля. Исследуем теперь подробно дифракционный интеграл Френеля — Кирхгофа (17)

$$U(P) = -\frac{Ai}{2\lambda}\iint\limits_{\mathcal{A}} \frac{\exp[ik(r+s)]}{rs}[\cos(n, r) - \cos(n, s)]\, dS. \qquad (22)$$

Когда элемент dS пробегает область интегрирования, $r+s$ в общем случае будет изменяться на очень много длин волн; и поэтому множитель в $\exp[ik(r+s)]$ будет быстро осциллировать. Кроме того, если расстояния от точек P_0 и P до экрана велики по сравнению с линейными размерами отверстия, то множитель $[\cos(n, r) - \cos(n, s)]$ изменяется по отверстию незначительно. Далее, предполагая, что O это любая точка отверстия и углы, образованные линиями P_0O и OP с P_0P, не слишком велики, можно заменить этот множитель на $2\cos\delta$, где δ — угол между линией P_0P и нормалью к экрану И наконец, множитель $1/rs$ можно заменить на $1/r's'$, где r' и s' — расстояния от точек P_0 и P до начала координат; тогда (22) сведется к

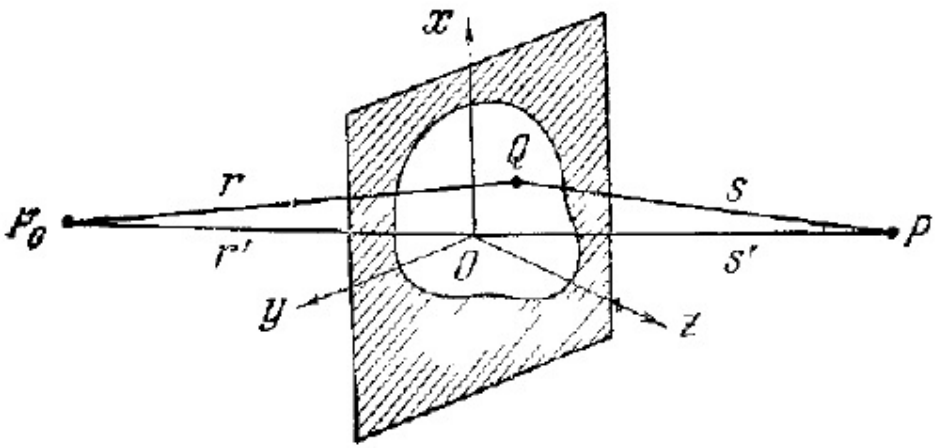


Рис. 8 5. Дифракция на отверстии в плоском экране

$$U(P) \approx -\frac{Ai}{\lambda}\frac{\cos\delta}{r's'}\iint\limits_{\mathcal{A}} \exp[ik(r+s)]\, dS \qquad (23)$$

Возьмем за начало декартовой системы координат точку O отверстия, а оси Ox и Oy выберем в плоскости отверстия. Будем считать, что ось z направлена в сторону полупространства, в котором находится точка наблюдения P (рис. 8.5).

Пусть (x_0, y_0, z_0) и (x, y, z) — координаты точек P_0 и P соответственно, а (ξ, η) — координаты точки Q отверстия; тогда

$$\left.\begin{aligned} r^2 &= (x_0-\xi)^2+(y_0-\eta)^2+z_0^2, \\ s^2 &= (x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$$\left.\begin{aligned} r'^2 &= x_0^2+y_0^2+z_0^2, \\ s'^2 &= x^2+y^2+z^2. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Следовательно,

$$\left.\begin{aligned} r^2 &= r'^2-2(x_0\xi+y_0\eta)+\xi^2+\eta^2, \\ s^2 &= s'^2-2(x\xi+y\eta)+\xi^2+\eta^2. \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Мы предположили, что линейные размеры экрана малы по сравнению с r' и s', и поэтому можем разложить r и s в степенные ряды по ξ/r', η/r', ξ/s' и η/s'; тогда получим

$$\left.\begin{aligned} r &\approx r'-\frac{x_0\xi+y_0\eta}{r'}+\frac{\xi^2+\eta^2}{2r'}-\frac{(x_0\xi+y_0\eta)^2}{2r'^3}-\ldots \\ s &\approx s'-\frac{x\xi+y\eta}{s'}+\frac{\xi^2+\eta^2}{2s'}-\frac{(x\xi+y\eta)^2}{2s'^3}-\ldots \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Подстановка (27) в (23) дает

$$U(P)=-\frac{i\cos\delta}{\lambda}\,\frac{A\exp[ik(r'+s')]}{r's'}\iint\limits_{\mathcal{A}}\exp[ikf(\xi,\ \eta)]\,d\xi\,d\eta, \tag{28}$$

где

$$f(\xi,\ \eta) = -\frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} - \frac{x\xi + y\eta}{s'} + \frac{\xi^2+\eta^2}{2r} + \frac{\xi^2+\eta^2}{2s'} - \frac{(x_0\xi + y_0\eta)^2}{2r'^3} - \frac{(x\xi + y\eta)^2}{2s'^3} \ldots \quad (29)$$

Если мы обозначим первые два направляющих косинуса через $(l_0,\ m_0)$ и $(l,\ m)$, т. е.

$$l_0 = -\frac{x_0}{r'},\ l = \frac{x}{s'},\quad m_0 = -\frac{y_0}{r'},\ m = \frac{y}{s'}, \quad (30)$$

то (29) можно переписать в виде

$$f(\xi,\ \eta) = (l_0 - l)\,\xi + (m_0 - m)\,\eta + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right)(\xi^2+\eta^2) - \right.$$
$$\left. - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'}\right\} \ldots \quad (31)$$

Мы свели задачу определения светового возмущения в P к вычислению интеграла (28). Конечно, оно упростится, если в f пренебречь квадратичными членами и членами более высоких порядков относительно ξ и η. В этом случае мы имеем дело с *дифракцией Фраунгофера*; если же квадратичными членами пренебречь нельзя,— то с *дифракцией Френеля*. К счастью, более простой случай дифракции Фраунгофера представляется в оптике значительно более важным.

Строго говоря, члены второго и более высоких порядков исчезают только в предельном случае $r' \to \infty$ и $s' \to \infty$, т. е. когда и источник, и точка наблюдения находятся в бесконечности (тогда надо допустить, что и множитель A перед интегралом стремится к бесконечности так же, как $r's'$. Однако очевидно, что вклад членов второго порядка в интеграл невелик, если

$$\frac{1}{2}k\left|\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{s'}\right)(\xi^2+\eta^2)-\frac{(l_0\xi+m_0\eta)^2}{r'}-\frac{(l\xi+m\eta)^2}{s'}\right| \ll 2\pi. \tag{32}$$

Можно сразу же указать определенные условия, при которых (32) удовлетворяется. Для этого воспользуемся неравенством вида $(l_0\xi+m_0\eta)^2 \leqslant (l_0^2+m_0^2)(\xi^2+\eta^2)$ и, вспомнив, что l_0^2, m_0^2, l^2 и m^2 не превышают единицы, получим, что (32) удовлетворяется, если

$$|r'| \gg \frac{(\xi^2+\eta^2)_{\text{макс}}}{\lambda} \quad \text{и} \quad |s'| \gg \frac{(\xi^2+\eta^2)_{\text{макс}}}{\lambda}, \tag{33}$$

или если

$$\frac{1}{r'}+\frac{1}{s'}=0 \quad \text{и} \quad l_0^2,\ m_0^2,\ l^2,\ m^2 \ll \frac{|r'|\lambda}{(\xi^2+\eta^2)_{\text{макс}}}. \tag{34}$$

Условия (33) позволяют оценить расстояния r' и s', при которых применимо приближение Фраунгофера. Условия (34) означают, что дифракция Фраунгофера имеет место и тогда, когда точка наблюдения находится в плоскости, параллельной плоскости отверстия при условии, что точка наблюдения и источник света достаточно близки к оси z. Здесь следует различать два случая. Если r' отрицательно, то падающие на отверстие волновые фронты имеют вогнутость в направлении распространения и точка P_0 является центром схождения, а не расхождения падающей волны. Этот случай очень важен для практики, так как осуществляется в пространстве изображений хорошо корегированной центрированной системы, изображающей точечный источник, расположенный недалеко от оси.

Дифракція Фраунгофера

В случае дифракции Фраунгофера четыре величины l_0, m_0, l, m входят в (31) только в комбинации

$$p = l - l_0, \qquad q = m - m_0. \tag{35}$$

Следовательно, в той области, где справедливо упомянутое выше приближение, картина не изменится, если отверстие сместится в своей собственной плоскости.

Запишем интеграл, описывающий дифракцию Фраунгофера, в виде

$$U(P) = C \iint\limits_{\mathcal{A}} \exp\left[-ik(p\xi + q\eta)\right] d\xi\, d\eta; \tag{36}$$

здесь C — величина, стоящая перед интегралом (28). C определяется через величины, связанные с положениями источника и точки наблюдения; однако на практике часто удобнее выражать ее через другие величины. Пусть E — полная энергия, падающая на отверстие. По закону сохранения энергии вся энергия, достигающая плоскости наблюдения, должна равняться E; поэтому должно выполняться нормирующее условие

$$\iint \left| U(p, q) \right|^2 dp\, dq = E; \tag{37}$$

и q. Уравнение (36) можно записать теперь в виде интеграла Фурье

$$U(p, q) = \iint G(\xi, \eta) \exp\left[-\frac{2\pi i}{\lambda}(p\xi + q\eta)\right] d\xi\, d\eta, \tag{38}$$

где G — *функция зрачка* *), определяемая как

$$\left.\begin{aligned} G(\xi, \eta) &= \mathrm{const}\,(C) \text{ в точках отверстия,} \\ G(\xi, \eta) &= 0 \qquad\qquad \text{в точках вне отверстия,} \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

а интеграл берется по всей (ξ, η)-плоскости.

По теореме Парсеваля для фурье-преобразования [18] имеем

$$\iint |G(\xi, \eta)|^2 d\xi\, d\eta = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \iint |U(p, q)|^2 dp\, dq, \tag{40}$$

или, используя (37) и (39) и обозначая площадь отверстия через D,

$$\frac{1}{\lambda^2} E = |C|^2 D, \tag{41}$$

откуда **)

$$C = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{E}{D}}. \tag{42}$$

Тогда, основной интеграл, описывающий дифракцию Фраунгофера, принимает вид

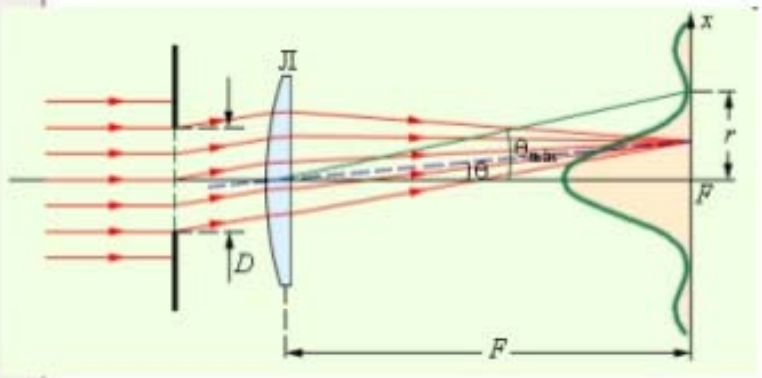
$$U(p, q) = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{E}{D}} \iint \exp\left[-ik(p\xi + q\eta)\right] d\xi\, d\eta. \tag{43}$$

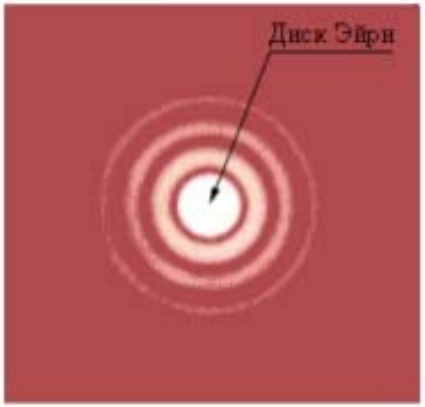
Следует обратить внимание, что интенсивность $I_0 = |U(0, 0)|^2$ в центре картины, где $p = q = 0$, равна

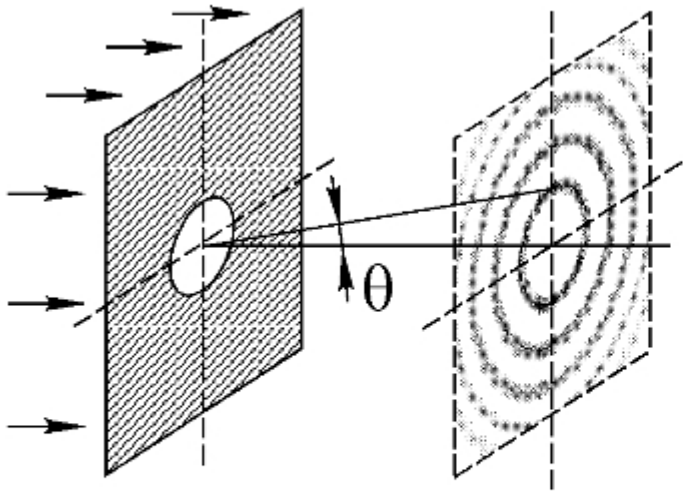
$$I_0 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \frac{E}{D} \left(\iint d\xi\, d\eta\right)^2 = \frac{ED}{\lambda^2} = C^2 D^2. \tag{44}$$

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

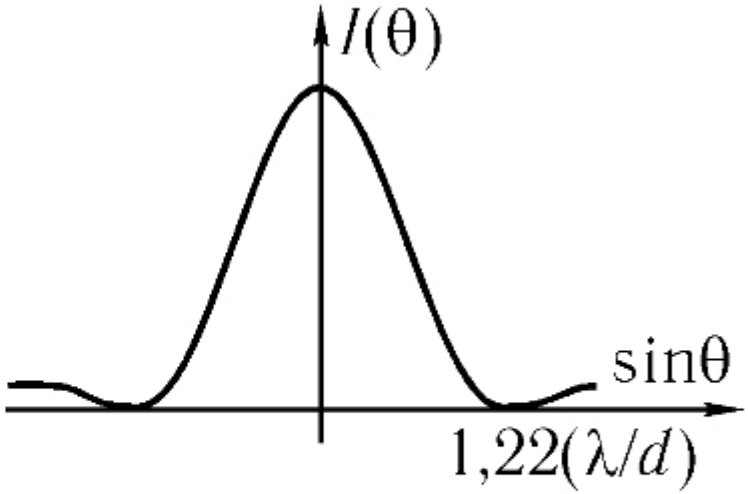
$$r = 1{,}22\frac{\lambda}{D}F.$$



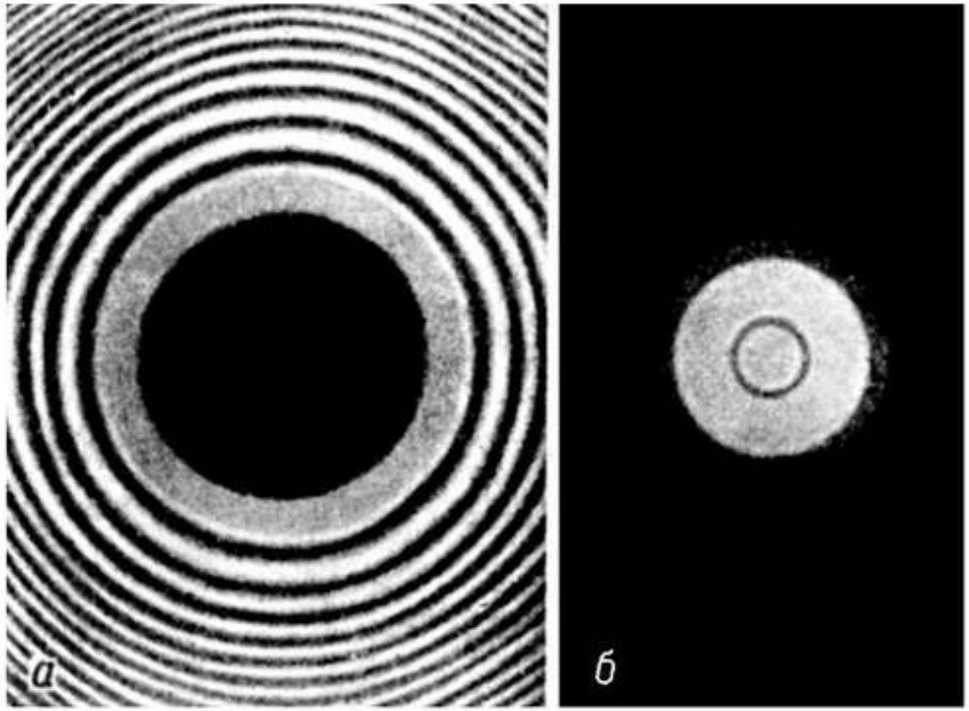


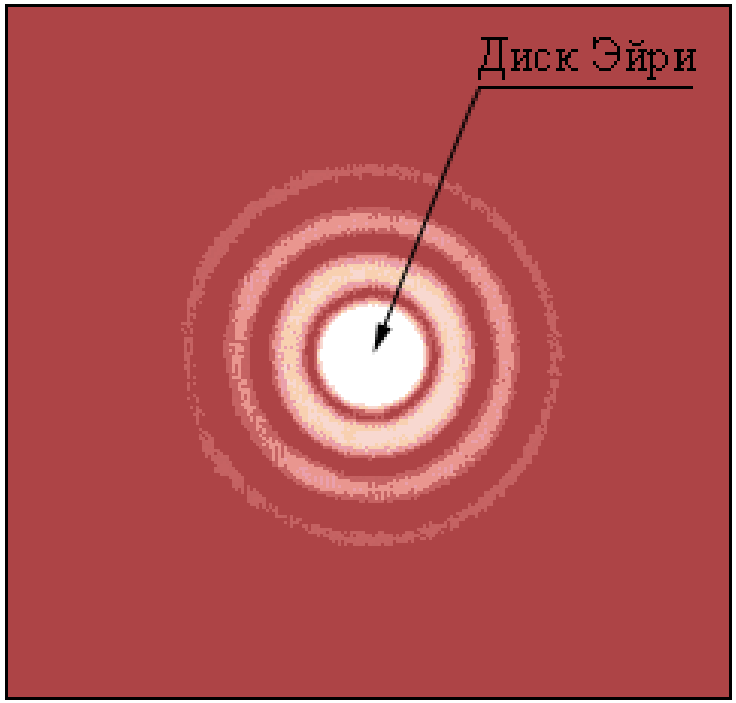


а



б





$$I = I_0\left(\frac{2J_1(kaw)}{kaw}\right)^2 \qquad w = \sqrt{p^2+q^2}$$

Це синус кута відхилення.

а – радіус отвору

Таблица 82

Несколько первых максимумов и минимумов функции

$$y = \left(\frac{2J_1(x)}{x}\right)^2$$

x	$\left(\frac{2J_1(x)}{x}\right)^2$	
0	1	Максимум
$1{,}220\pi = 3{,}832$	0	Минимум
$1{,}635\pi = 5{,}136$	0,0175	Максимум
$2{,}233\pi = 7{,}016$	0	Минимум
$2{,}679\pi = 8{,}417$	0,0042	Максимум
$3{,}238\pi = 10{,}174$	0	Минимум
$3{,}699\pi = 11{,}620$	0,0016	Максимум

Положения вторичных максимумов определяются значениями x, удовлетворяющими уравнению

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{J_1(x)}{x}\right] = 0,$$

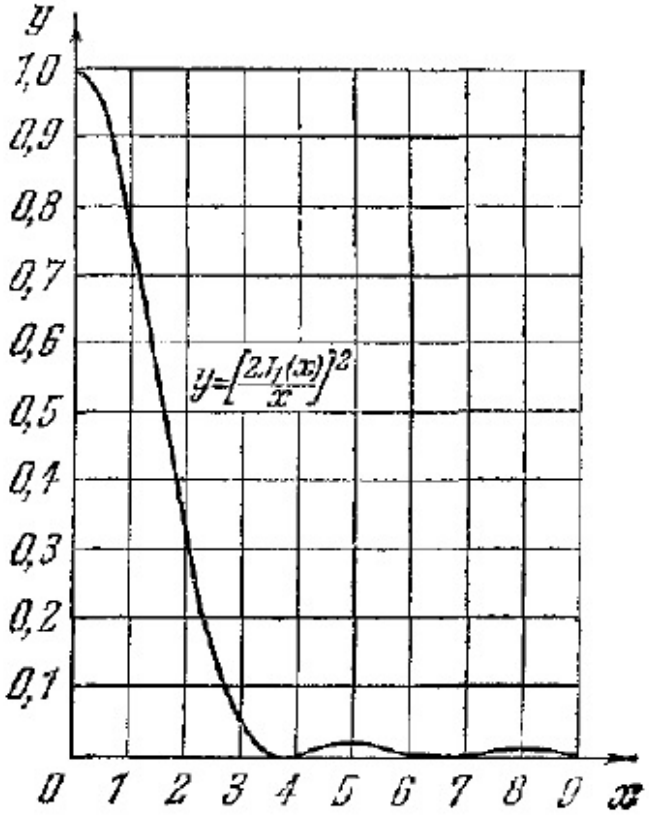
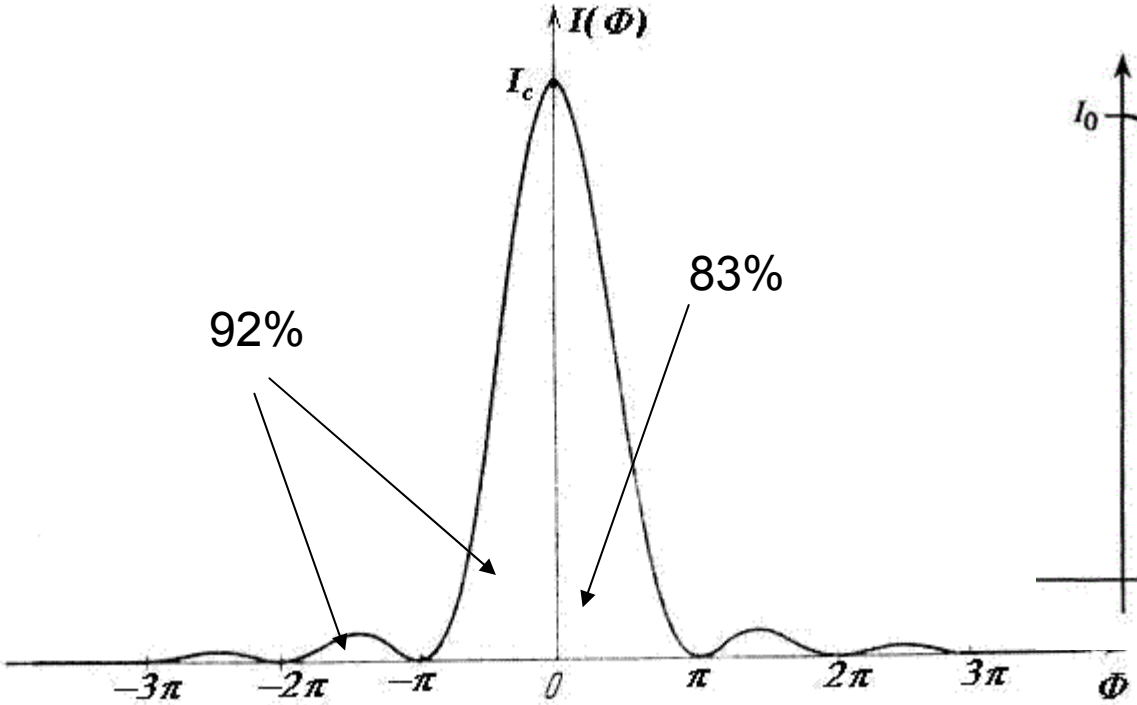
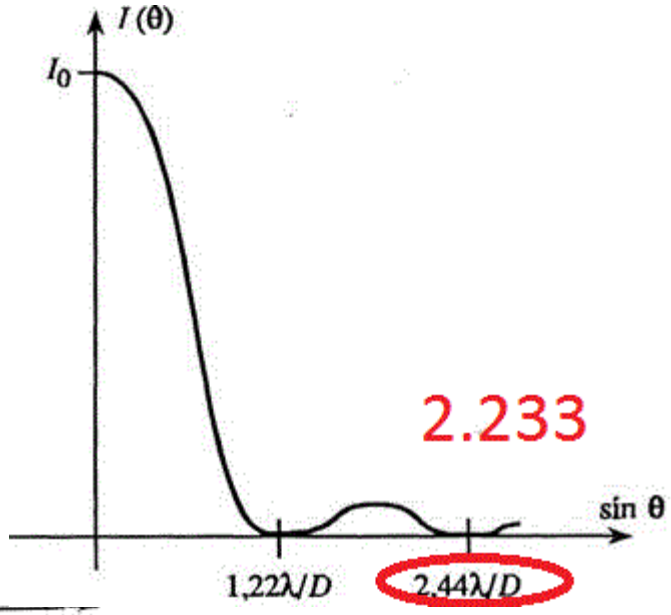
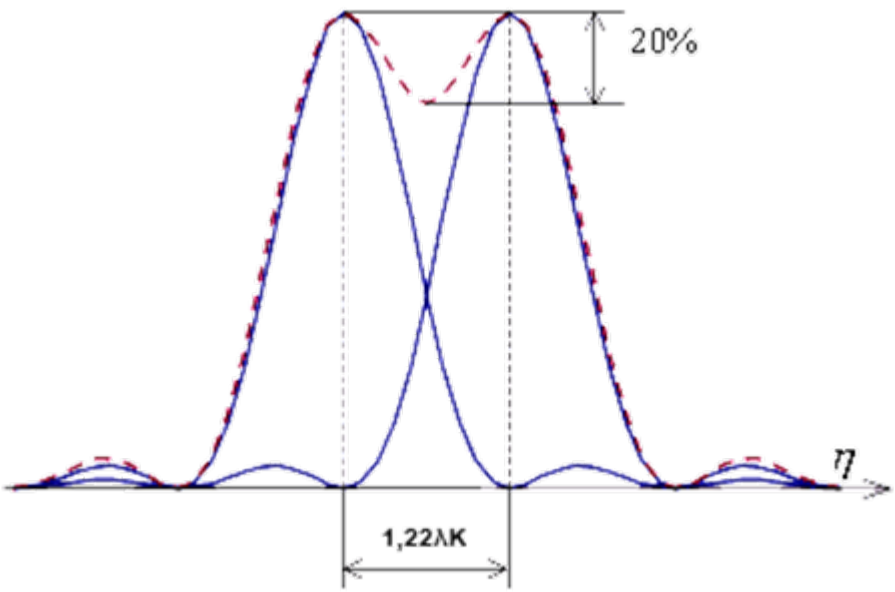


Рис. 8.11. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. График функции $y=\left(\frac{2J_1(x)}{x}\right)^2$.







Критерій Релея

Роздільна здатність

Роздільна здатність телескопа $\alpha = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

Око D=1.5-6 мм α=0.4’-1.5’ Телескоп D=5 м α=0.028”.

Роздільна здатність мікроскопа

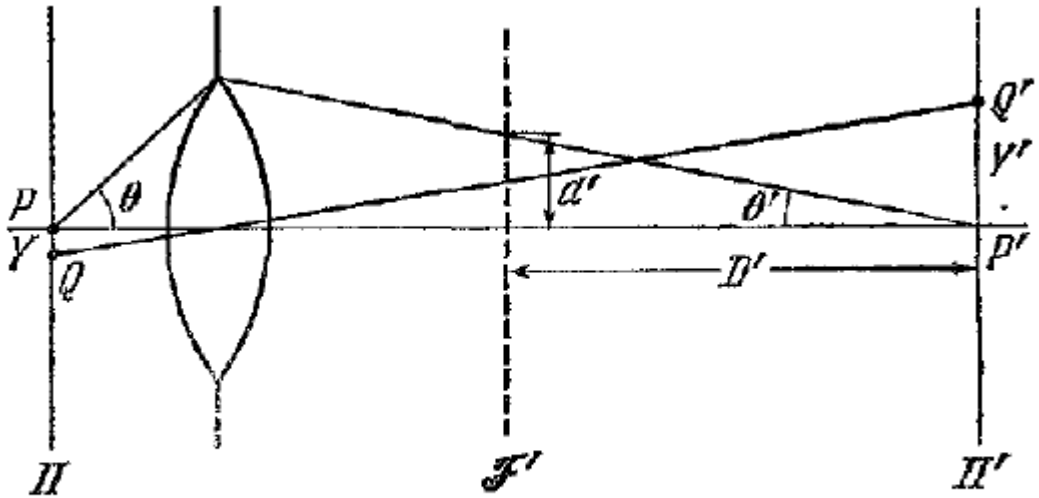


Рис. 8.31. К теории разрешающей силы микроскопа.

$$\theta' = \frac{a'}{D'}, Y' = wD' =$$

$$= 0.61\lambda'\frac{D'}{a'} = 0.61\frac{\lambda'}{\theta'} =$$

$$= 0.61\frac{\lambda}{n'\theta'} = 0.61\frac{\lambda}{n\sin\theta}$$

При когерентнім освітленні

$$Y' = 0.77\frac{\lambda}{n\sin\theta}$$

Еліптичній отвір

$$U_2(p, q) = \mu C \iint\limits_{A_1} \exp\left[-ik(\mu p\xi' + q\eta')\right] d\xi'\, d\eta' = \mu U_1(\mu p, q). \qquad (22)$$

Отсюда следует, что *если отверстие симметрично расширяется в каком-либо направлении в μ раз, то дифракционная картина Фраунгофера сжимается в том же направлении в μ раз, а интенсивность в некоторой точке новой картины становится в μ^2 раз больше интенсивности в соответствующей точке первоначальной картины.* Используя этот результат, можно, например, сразу найти картину дифракции Фраунгофера от эллиптического отверстия или отверстия в виде параллелограмма соответственно из картины дифракции от круга или прямоугольника. На рис. 8.14 показан случай дифракции на эллиптическом отверстии.

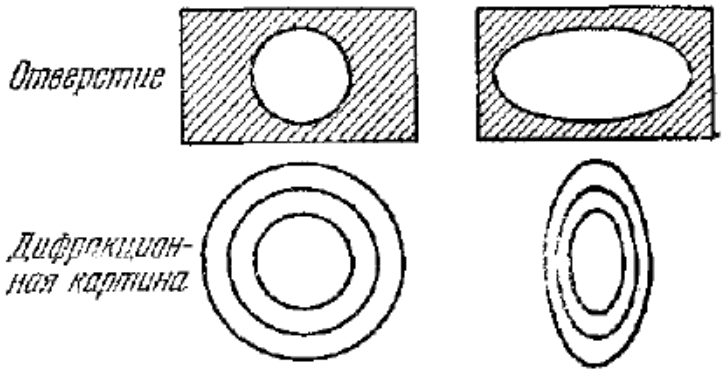
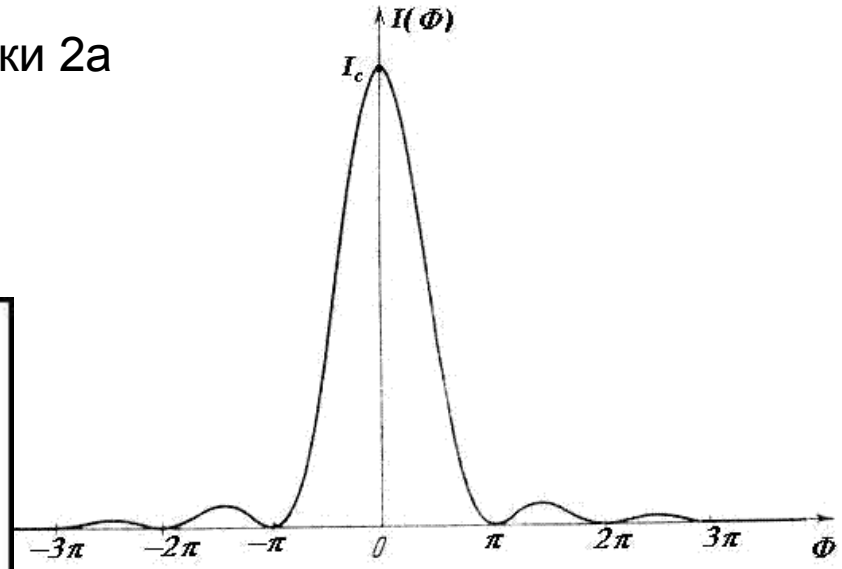
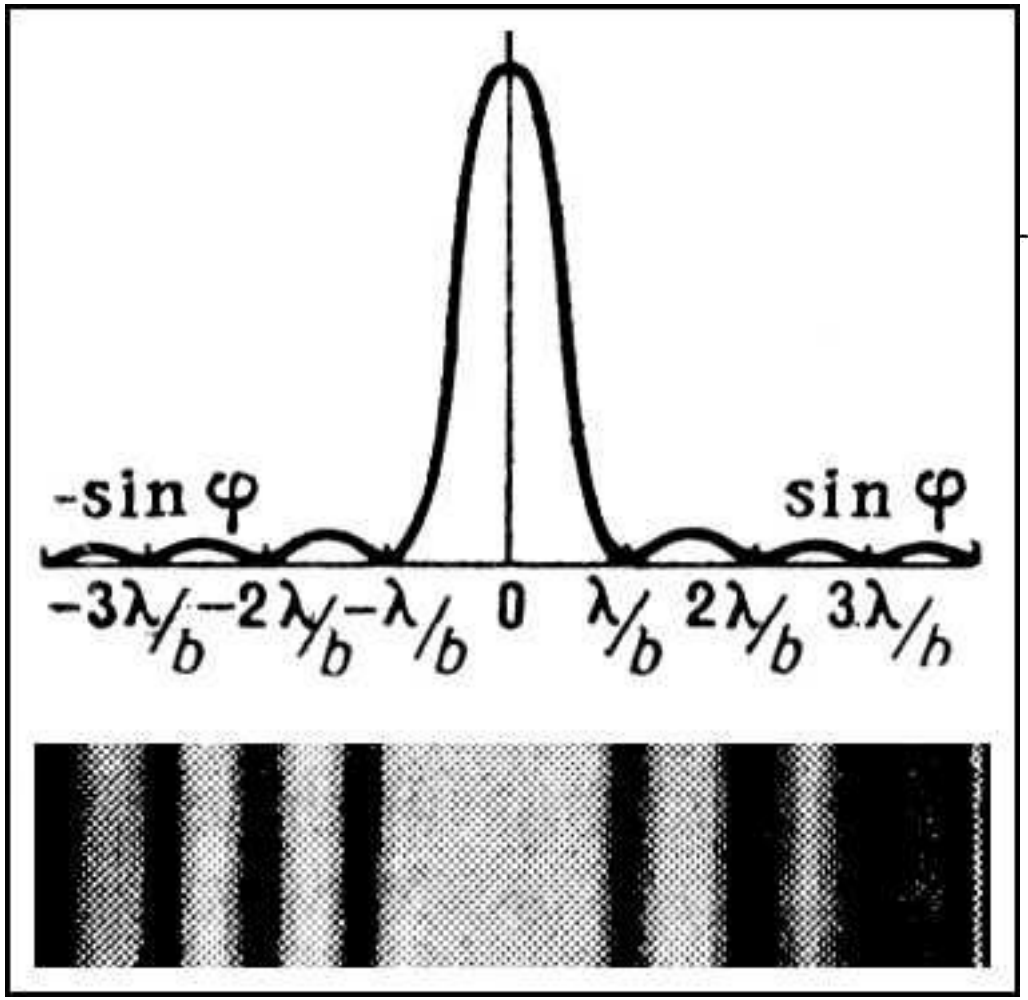


Рис. 8.14. Сравнение дифракции Фраунгофера на круглом и эллиптическом отверстиях.

Тарлыков Когерентная оптика

Дифракція Фраунгофера на щілині завширшки 2a





$$I = I_0 \left(\frac{\sin(kpa)}{kpa} \right)^2$$

$$I(P) = |\dot{U}(P)|^2 = \left(\frac{\sin kpa}{kpa}\right)^2 \left(\frac{\sin kqb}{kqb}\right)^2 I_0, \qquad (1)$$

где, согласно (8.3.44), $I_0 = C^2 D^2 = ED/\lambda^2$ — интенсивность в центре картины, E — полная энергия, падающая на отверстие, а $D = 4ab$ — площадь прямоугольника.

Таблица 8.1

Пять первых максимумов функции

$$y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

x	$y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$
0	1
$1{,}430\pi = 4{,}493$	0,04718
$2{,}459\pi = 7{,}725$	0,01694
$3{,}470\pi = 10{,}90$	0,00834
$4{,}479\pi = 14{,}07$	0,00503

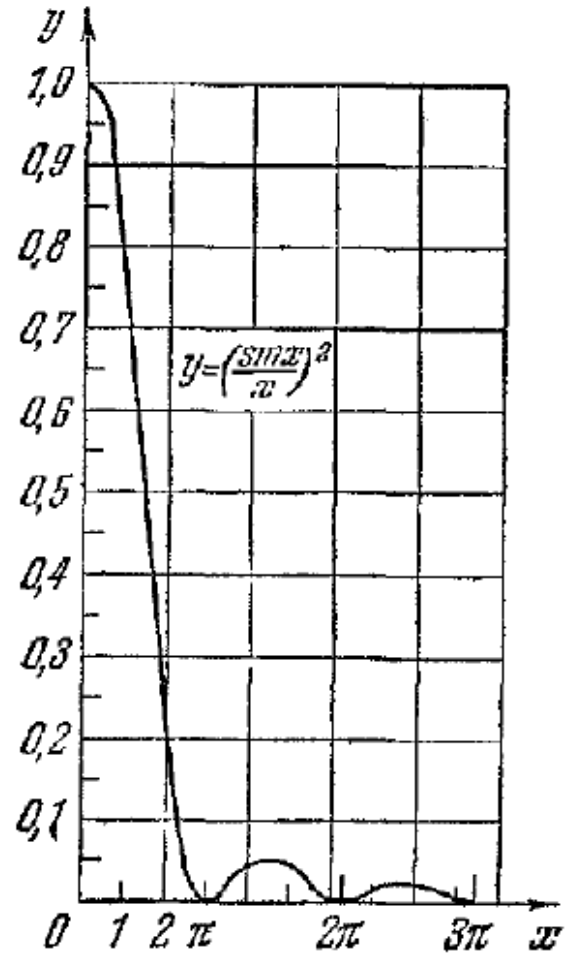
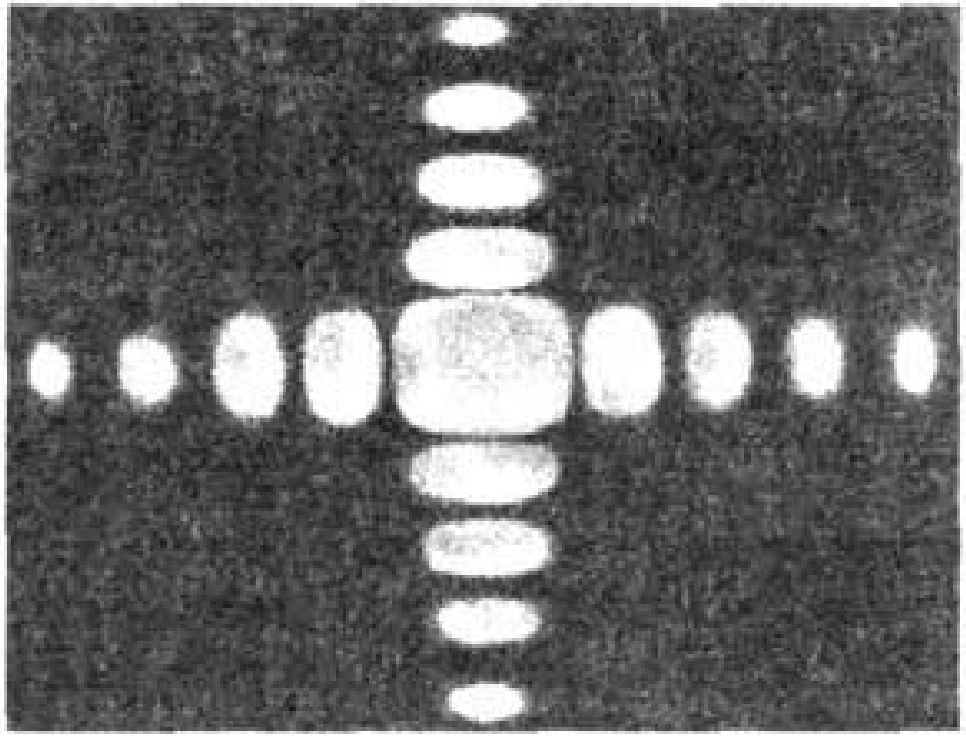
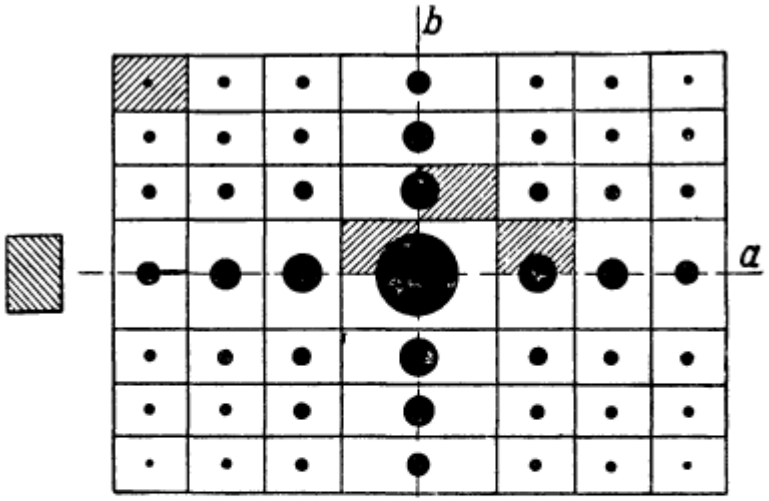


Рис 8 9 Дифракция Фраунгофера на прямоугольном отверстии.

График функции $y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$.

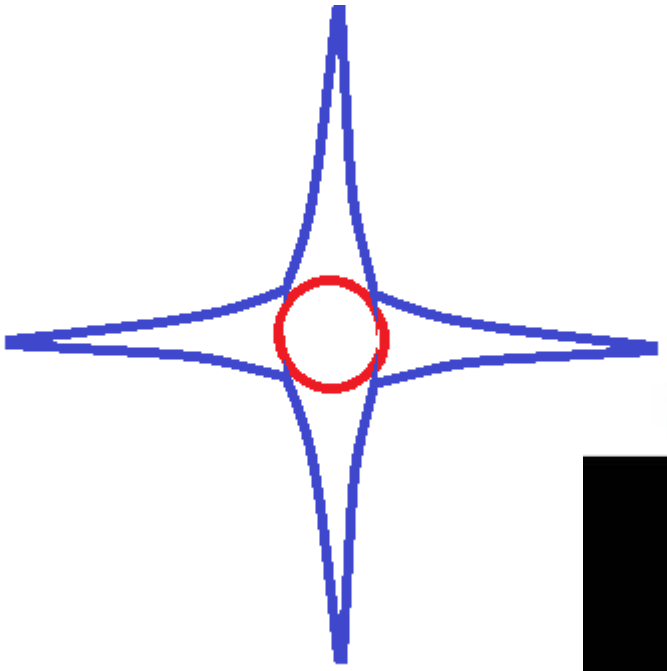
График функции $y = (\sin x/x)^2$ приведен на рис. 8.9. Она имеет главный максимум $y = 1$ при $x = 0$ и минимумы, равные нулю, при $x = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \ldots$ Эти минимумы разделяют вторичные максимумы, положение которых определяется корнями уравнения $\operatorname{tg} x - x = 0$ (см. табл. 8.1). Значения корней асимптотически приближаются к величинам $x = (2m+1)\pi/2$, где m — нечетное целое число





Фиг. 67. Распределение света при диффракции от прямоугольника.

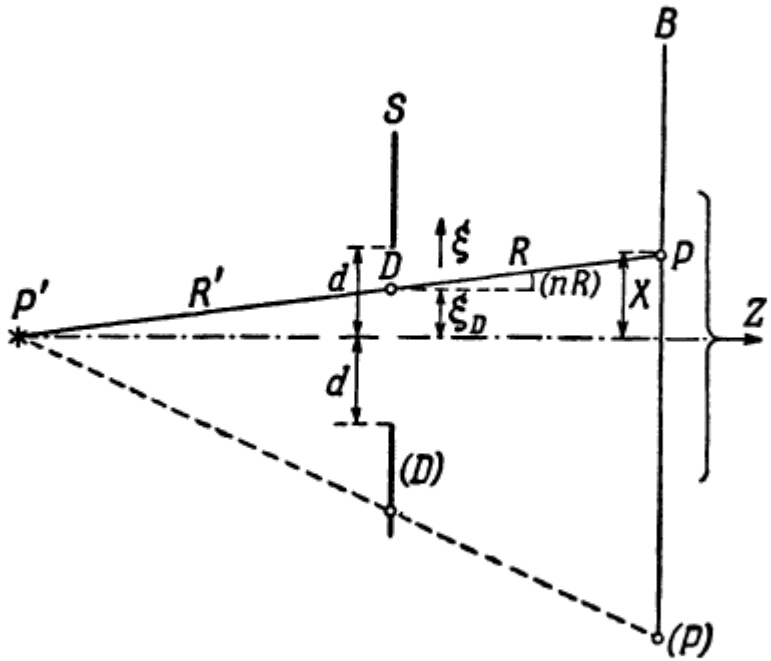
«Световые горы», лежащие между прямыми минимумов, изображены в виде черных кружков. Их действительная форма, естественно, ближе к прямоугольной. Форма и положение вызывающего диффракцию отверстия указана на чертеже слева (масштаб не выдержан, так как размеры диффракционной картины и оригинала не сравнимы).



СПУТНИКИ МАРСА – ФОБОС И ДЕЙМОС

§ 37. ДИФФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ ОТ ЩЕЛИ

Путь к теории чистой диффракции Френеля был намечен уже в § 34, п. 4. Он несколько сложен и не всегда ведет к цели. Точку пересечения D (фиг. 72) линии, соединяющей источник света P' и точку наблюдения P с плоскостью диафрагмы S, берут за начало координат ξ, η,



Фиг. 72. К диффракции Френеля от щели.

$$a = \xi_P = x\frac{r}{r+s}$$

которые характеризуют точки отверстия диафрагмы. Тогда будем иметь $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \beta_0$, $\gamma = \gamma_0$ (α_0, β_0, γ_0 характеризуют направление $P'D$; α, β, γ — направление DP), и в выражении (34.13) для фазы Φ выпадают линейные члены.

$$U(P) \sim \iint \exp\left[ikf(\xi,\eta)\right] d\xi d\eta$$

$$f(\xi,\ \eta) = (l_0 - l)\,\xi + (m_0 - m)\,\eta + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right)(\xi^2 + \eta^2) - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'}\right\} \ldots \quad (31)$$

$$l = l_0 = \sin\delta$$

$$m = m_0 = 0$$

$$n = n_0 = \cos\delta$$

$$f(\xi,\eta) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)\left(\xi^2\cos^2\delta + \eta^2\right)$$

$$kf(\xi,\eta) = A\frac{\pi}{2}\xi^2 + B\frac{\pi}{2}\eta^2$$

$$A = \frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)\cos^2\delta,\ B = \frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)$$

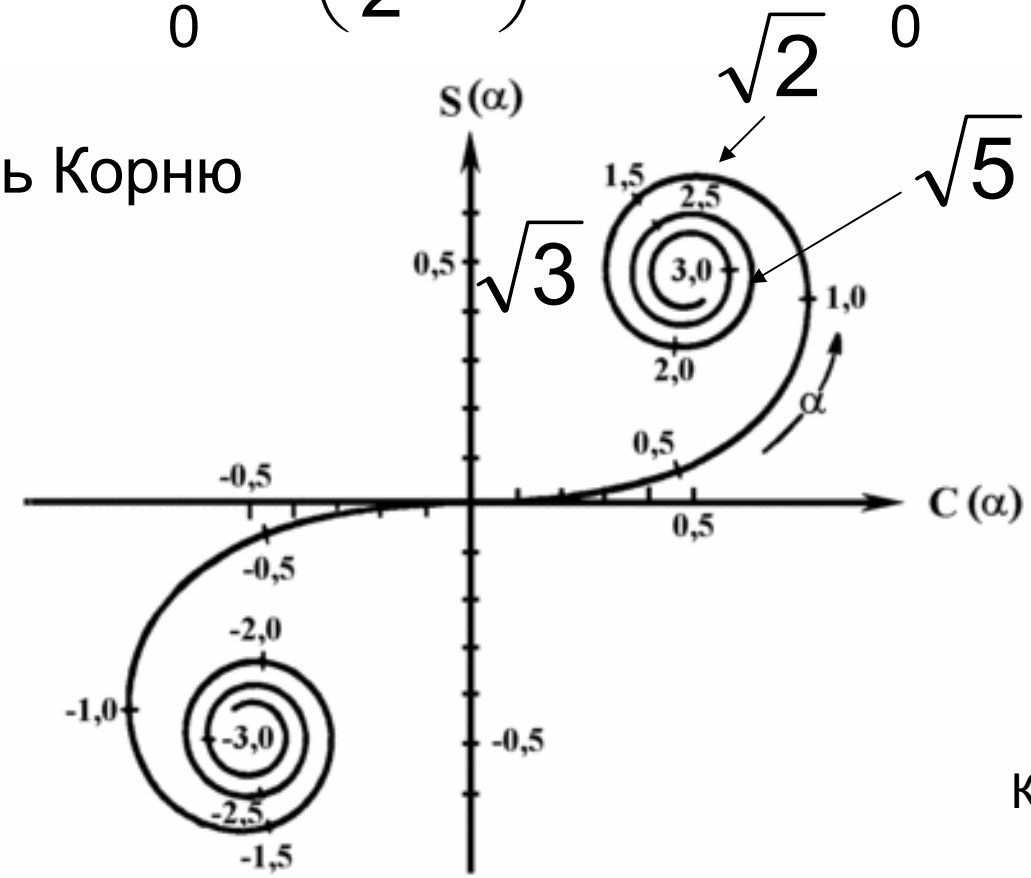
$$U(P) \sim \int_{-d-a}^{d-a} \exp\left[iA\frac{\pi}{2}\xi^2\right] d\xi \int_{-h}^{h} \exp\left[iB\frac{\pi}{2}\eta^2\right] d\eta$$

$$F(w)=\int_0^w \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right)d\tau = C(w)+iS(w)$$

Інтеграли Френеля

$$C(w)=\int_0^w \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right)d\tau,\ C(w)=\int_0^w \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right)d\tau$$

Спіраль Корню



$$F(-w)=-F(w)$$

$$F(\infty)=\frac{1+i}{2}$$

$$\left|\frac{dF}{dw}\right|=1 \Rightarrow |dF|=|dw|$$

$$\frac{dS(w)}{dC(w)}=tg\left(\frac{\pi}{2}w^2\right)$$

$$R^{-1}=\pi w$$

Кут нахилу $\frac{\pi}{2}w^2$

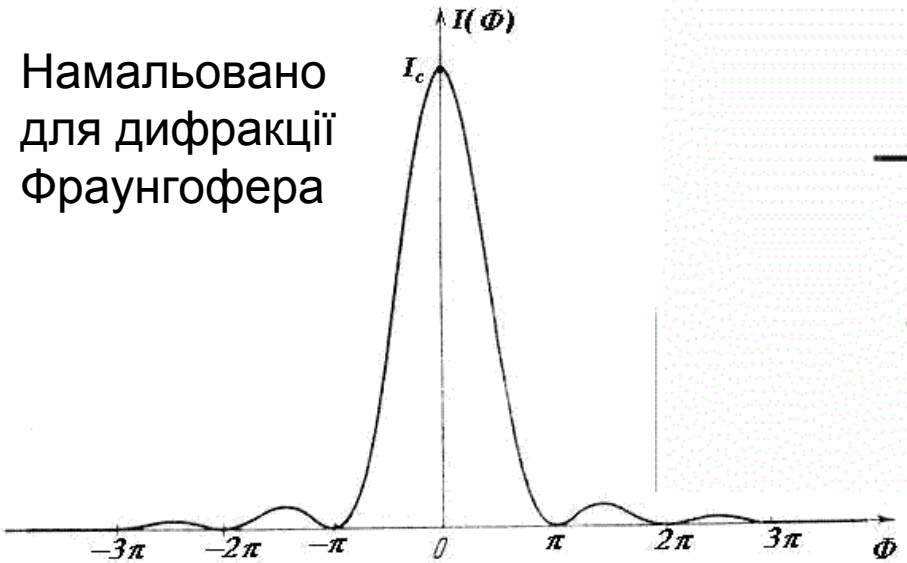
Зоммерфельд Оптика

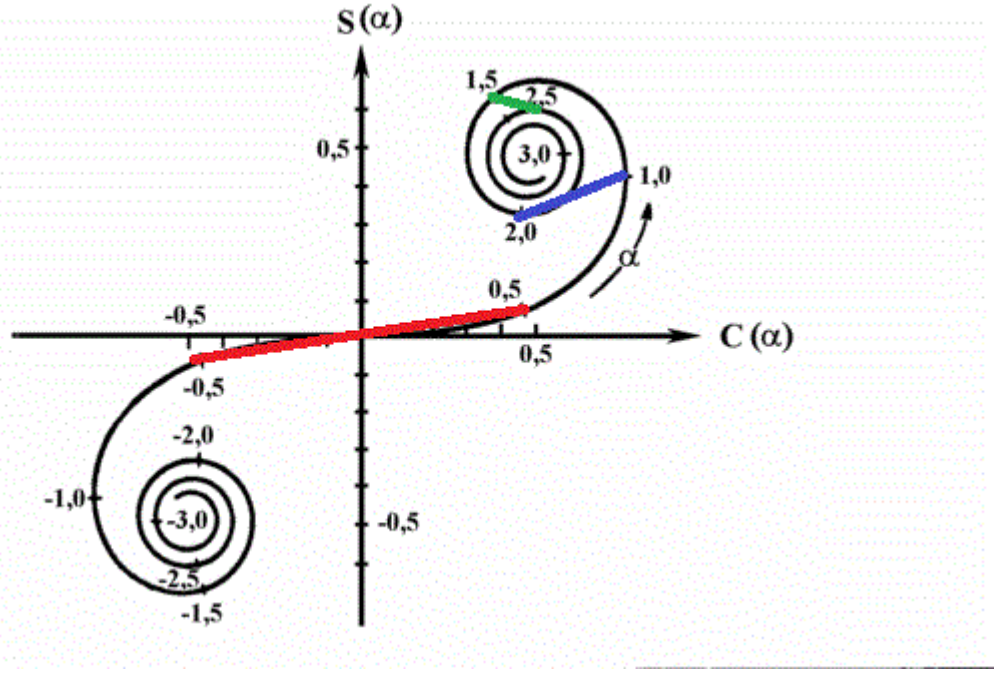
$$U(P) \sim \left[F(w_2) - F(w_1)\right] F(\sqrt{B}h)$$

$$w_2 = \sqrt{A}(d-a), w_1 = \sqrt{A}(-d-a)$$

$$w_2 - w_1 = const$$

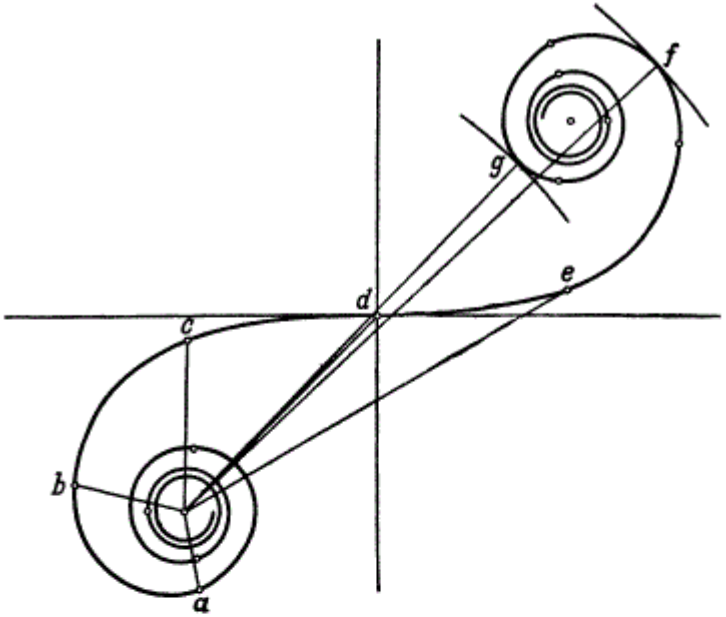
Намальовано для дифракції Фраунгофера



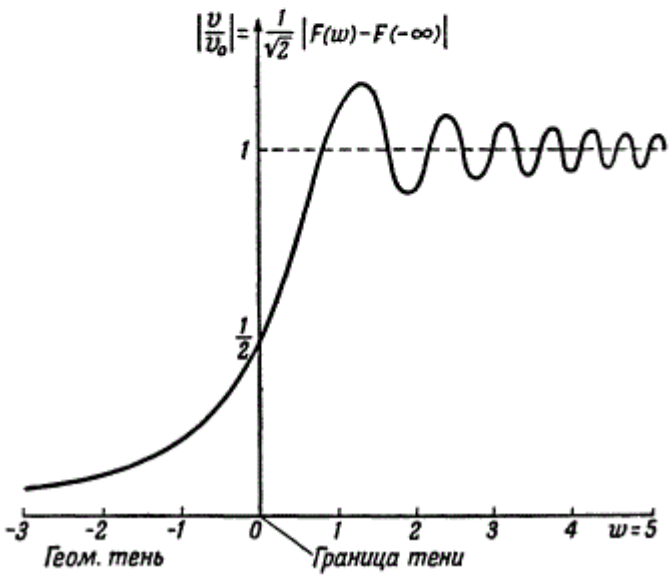


$$I(P) \sim \left|F(w_2) - F(w_1)\right|^2 =$$

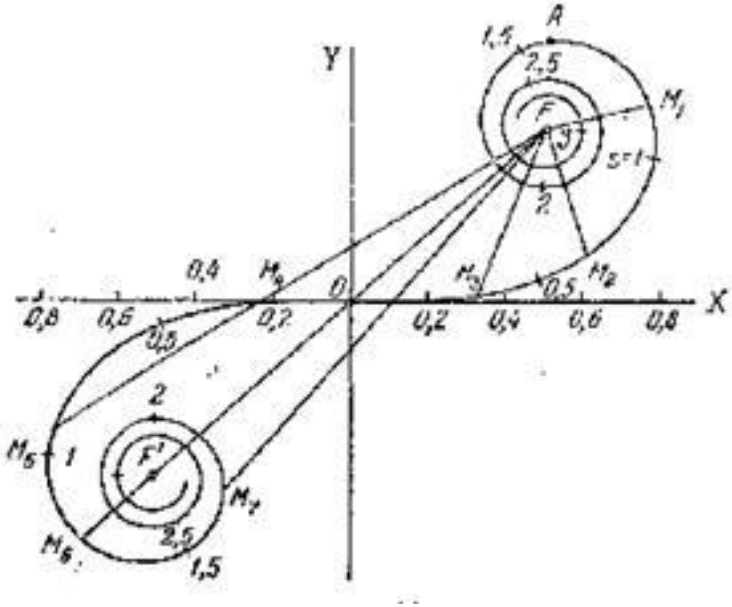
$$= \left(C(w_2) - C(w_1)\right)^2 + \left(S(w_2) - S(w_1)\right)^2$$



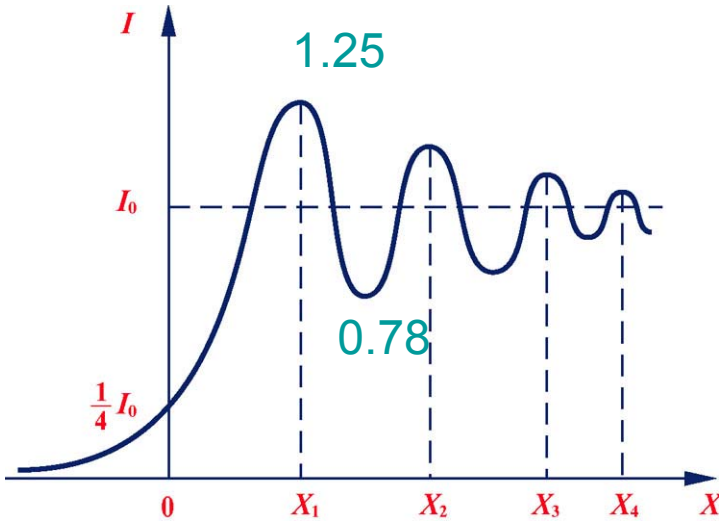
Фиг. 74. Определение диффракции от полуплоскости при помощи спирали Корню.



Фиг. 75. Амплитуда $|v|$ позади полуплоскости.

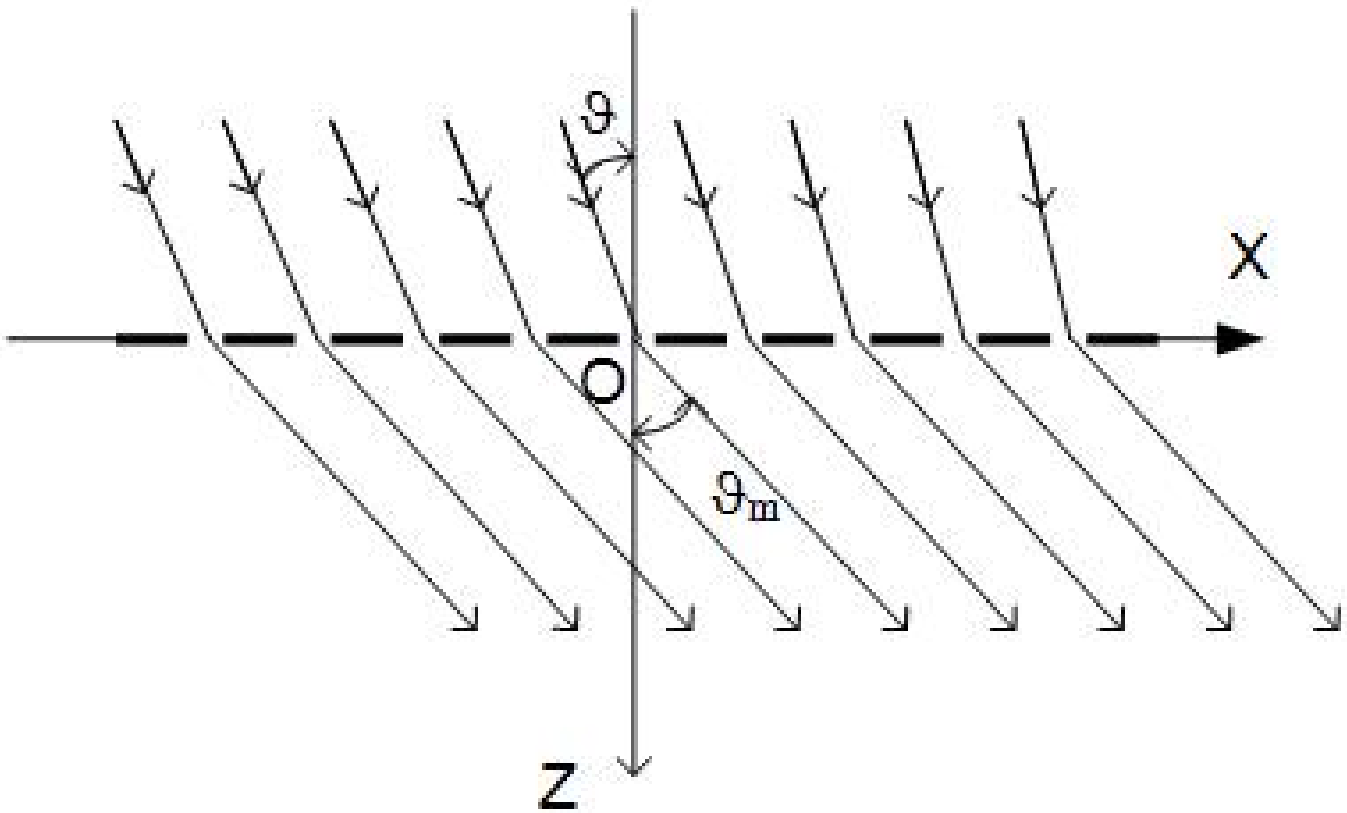


$$I(P) = \frac{I_0}{2}\left[\left(C(w)+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(S(w)+\frac{1}{2}\right)^2\right]$$

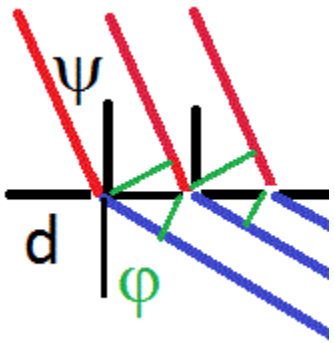


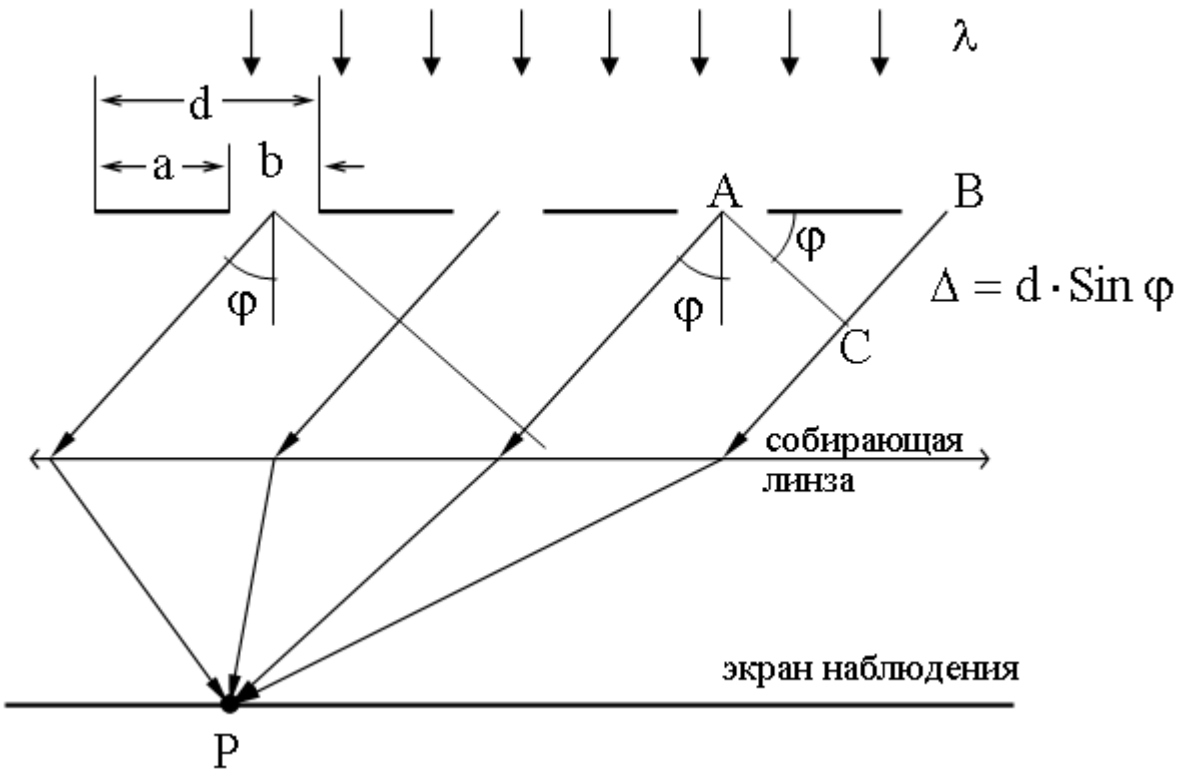
Дифракційна ґратка

1786 американський астроном Девід Ріттерхаус. Теорія 1821, Фраунгофер



$$d(\sin\varphi - \sin\psi) = m\lambda$$





$$2d \geq |m|\lambda \Rightarrow$$

$$|m|_{\max} \leq \frac{2d}{\lambda},\ d \geq \frac{\lambda}{2}$$

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi} = \frac{\sin\varphi - \sin\psi}{\lambda\cos\varphi}$$

Фотон (p_x,p_y,p_z), штрихи паралельно x.

$$p = \frac{h\nu}{c} = \hbar k,\ \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

$$p' = p \ \Rightarrow$$

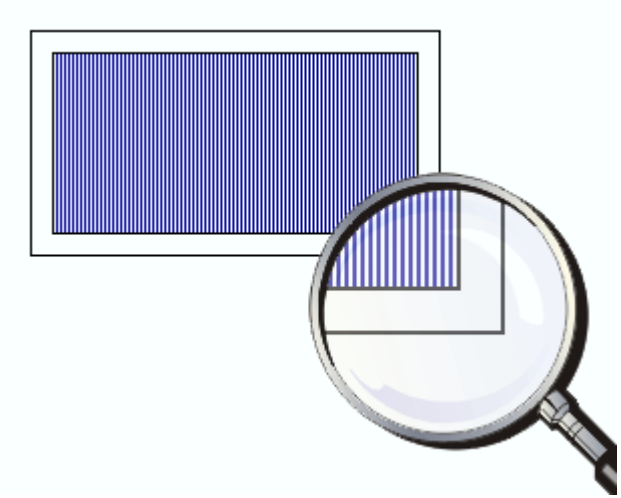
$$p_x'^2 + p_y'^2 + p_z'^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

$$p_x' = p_x$$

$$d(\sin\varphi - \sin\psi) = m\lambda$$

$$\sin\varphi - \sin\psi = \frac{m\lambda}{d} = \frac{p_y'}{p} - \frac{p_y}{p}$$

$$p_y' - p_y = m\frac{p\lambda}{d} = m\frac{h}{d}$$



$$U \sim \int \exp(-ikp\xi)d\xi = \int_0^b \exp(-ikp\xi)d\xi + \int_d^{d+b} \exp(-ikp\xi)d\xi +$$

$$+ \int_{2d}^{2d+b} \exp(-ikp\xi)d\xi + \ldots \int_{(N-1)d}^{(N-1)d+b} \exp(-ikp\xi)d\xi = \int_0^b \exp(-ikp\xi)d\xi \times$$

$$\times \left(1 + e^{-ikdp} + e^{-2ikdp} + e^{-3ikdp} + \ldots + e^{-(N-1)ikdp}\right) = U_1 U_2$$

$$U_1 = \int_0^b \exp(-ikp\xi)d\xi$$

$$U_2 = \sum_{j=0}^{N-1} e^{-ijkdp} = \frac{1 - e^{-iNkdp}}{1 - e^{-ikdp}}$$

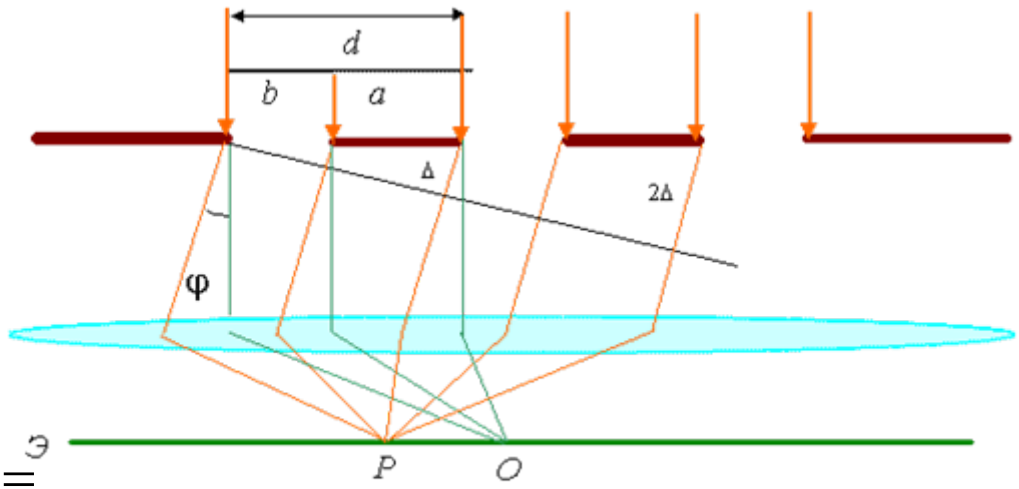
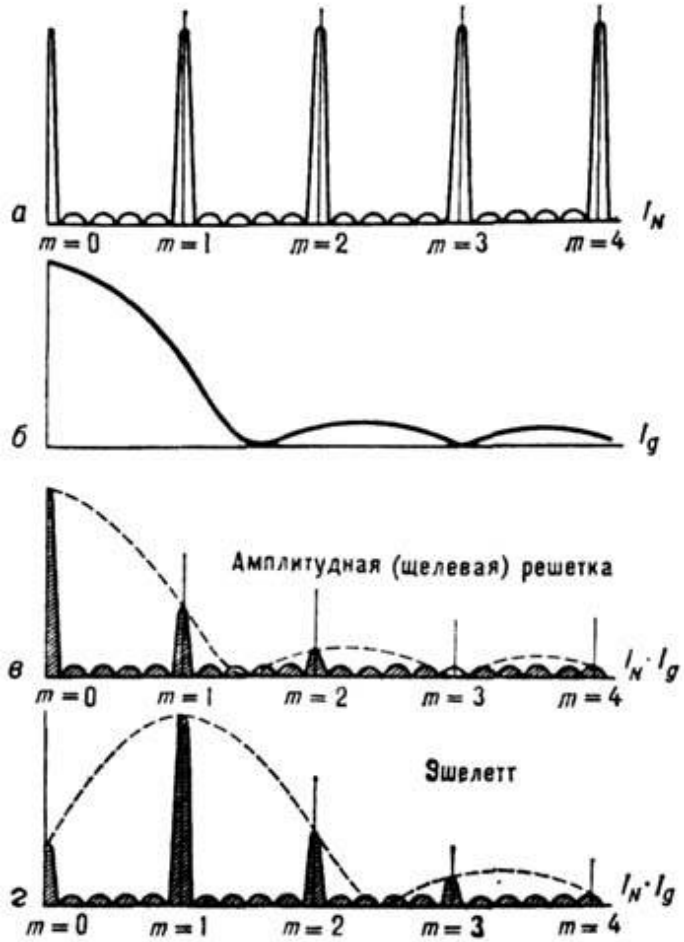
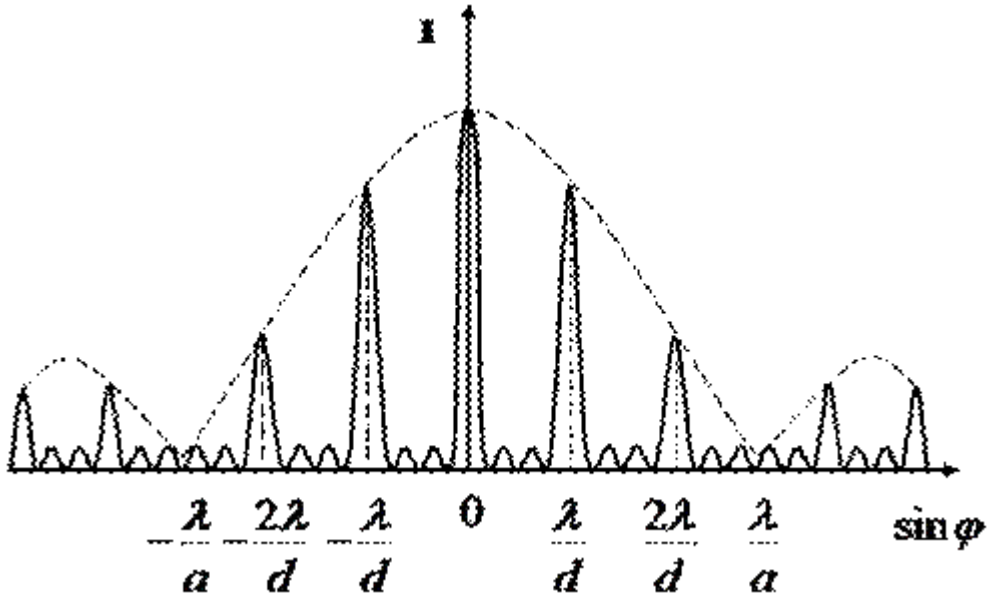


Рис. 3.25

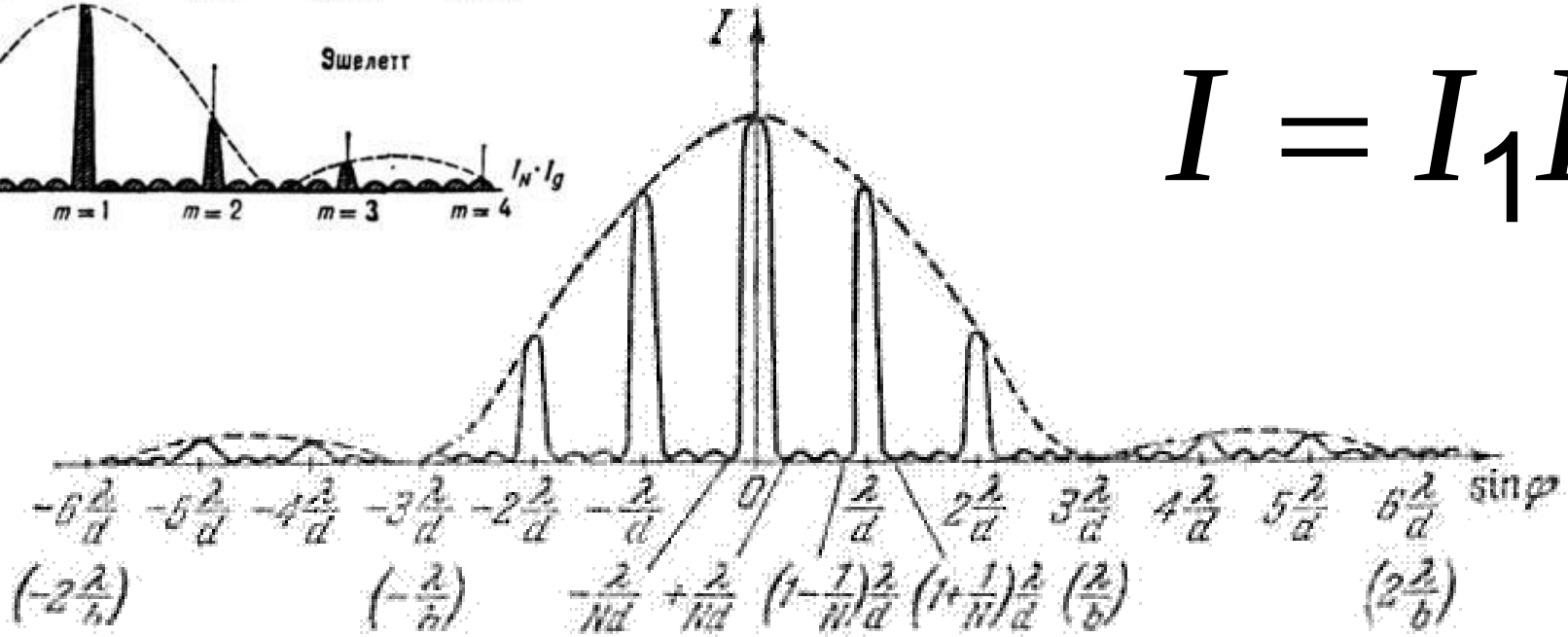
$$I_2 = U_2 U_2^* = \frac{1 - e^{-iNkdp}}{1 - e^{-ikdp}} \frac{1 - e^{iNkdp}}{1 - e^{ikdp}} =$$

$$\frac{2 - e^{-iNkdp} - e^{iNkdp}}{2 - e^{-ikdp} - e^{ikdp}} = \frac{1 - \cos(Nkdp)}{1 - \cos(kdp)} = \frac{\sin^2(Nkdp/2)}{\sin^2(kdp/2)}$$


а
I_N
m = 0
m = 1
m = 2
m = 3
m = 4
б
I_g
Амплитудная (щелевая) решетка
в
$I_N \cdot I_g$
Эшелетт
г
$I_N \cdot I_g$


I
$-\frac{\lambda}{a}$ $-\frac{2\lambda}{d}$ $-\frac{\lambda}{d}$ 0 $\frac{\lambda}{d}$ $\frac{2\lambda}{d}$ $\frac{\lambda}{a}$
sin φ

$$I = I_1 I_2$$


I
$-6\frac{\lambda}{d}$ $-5\frac{\lambda}{d}$ $-4\frac{\lambda}{d}$ $-3\frac{\lambda}{d}$ $-2\frac{\lambda}{d}$ $-\frac{\lambda}{d}$ 0 $\frac{\lambda}{d}$ $2\frac{\lambda}{d}$ $3\frac{\lambda}{d}$ $4\frac{\lambda}{d}$ $5\frac{\lambda}{d}$ $6\frac{\lambda}{d}$
sin φ
$\left(-2\frac{\lambda}{h}\right)$ $\left(-\frac{\lambda}{h}\right)$ $-\frac{\lambda}{Nd}$ $+\frac{\lambda}{Nd}$ $\left(1-\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$ $\left(1+\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$ $\left(\frac{\lambda}{b}\right)$ $\left(2\frac{\lambda}{b}\right)$

$$I_2 = \frac{\sin^2(Nkdp/2)}{\sin^2(kdp/2)} \xrightarrow[kdp \to 2m\pi]{} N^2$$

$$kdp = 2m\pi, \ \frac{2\pi}{\lambda} d(\sin\varphi - \sin\psi) = 2m\pi$$ Головні максимуми

$$d(\sin\varphi - \sin\psi) = m\lambda$$

$$|m|_{\max} \le \frac{2d}{\lambda}, \ R \le \frac{2dN}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda}$$

Сусідні мінімуми

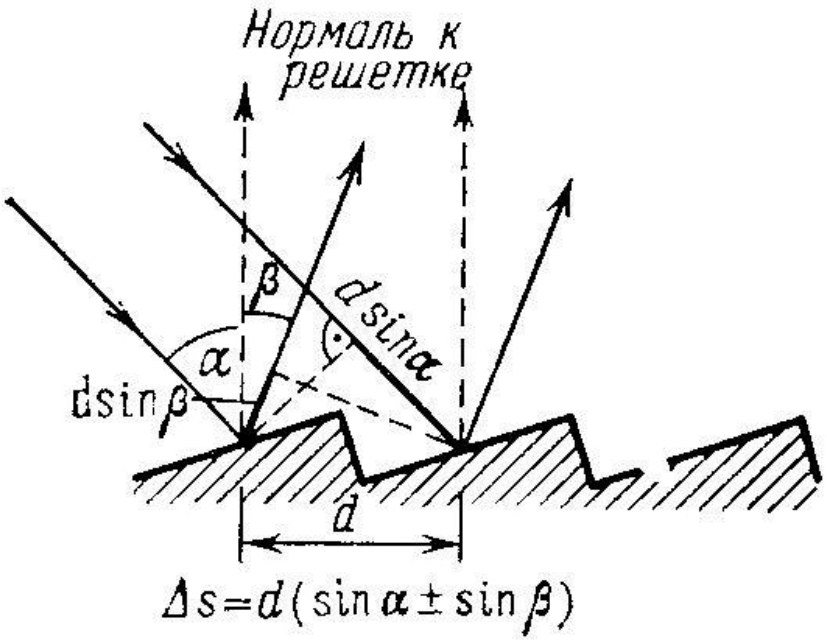
$$\sin(Nkdp/2) = 0$$

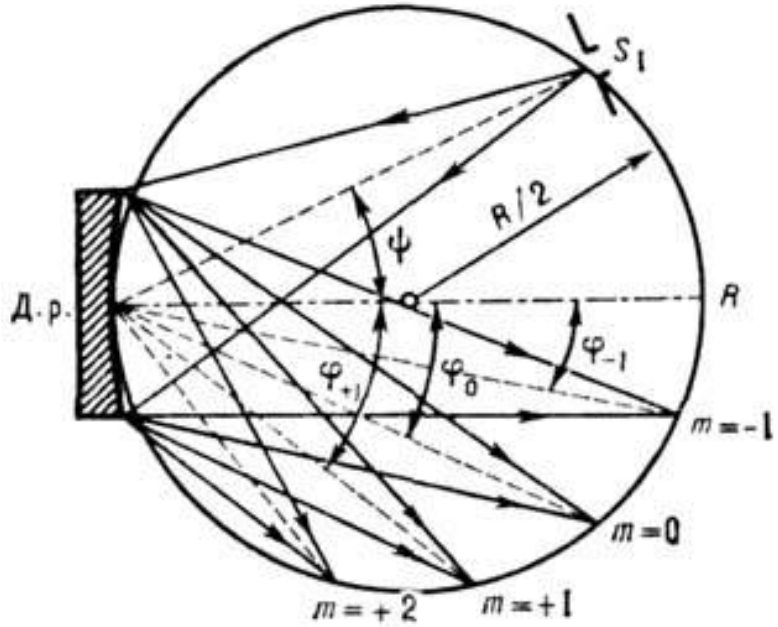
$$d(\sin\varphi - \sin\psi) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda$$

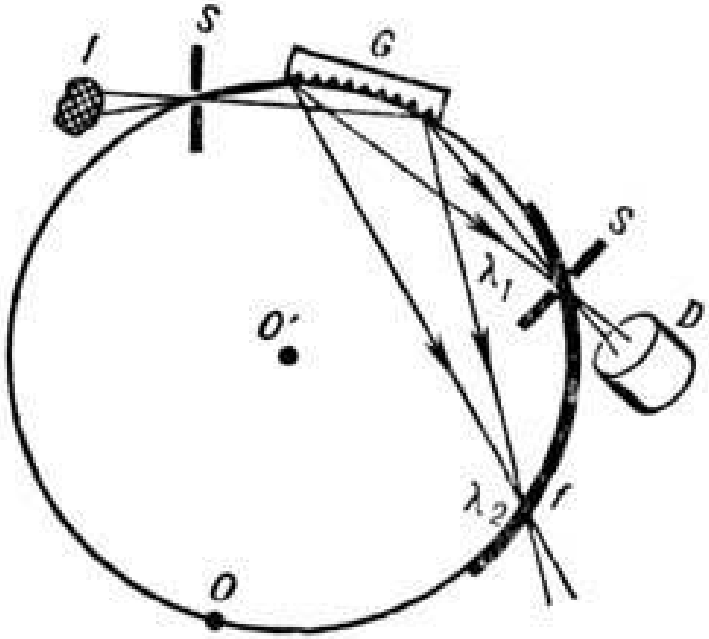
$$\left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda = m(\lambda + \delta\lambda) \Rightarrow \lambda = mN\delta\lambda$$

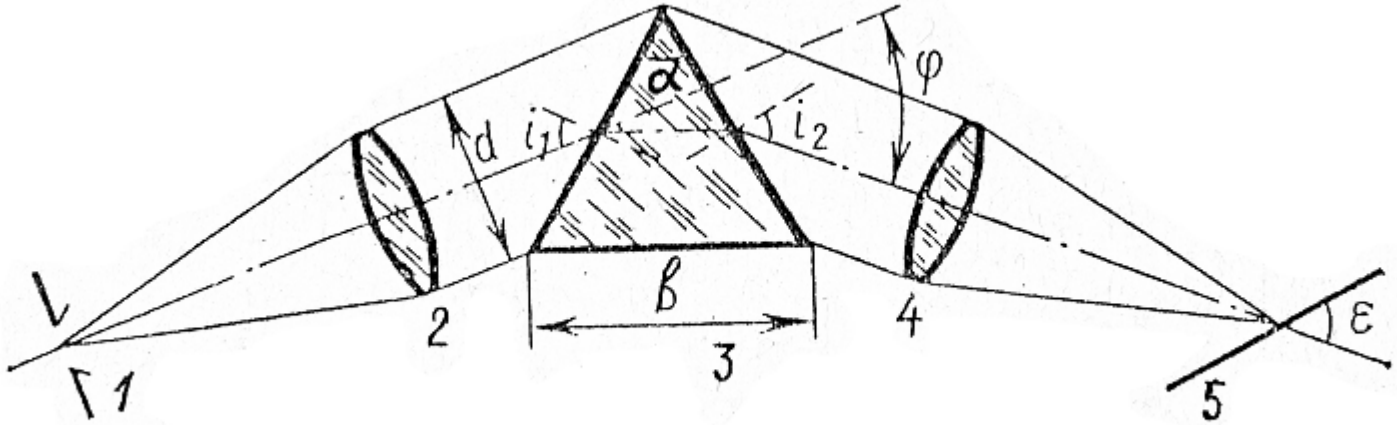
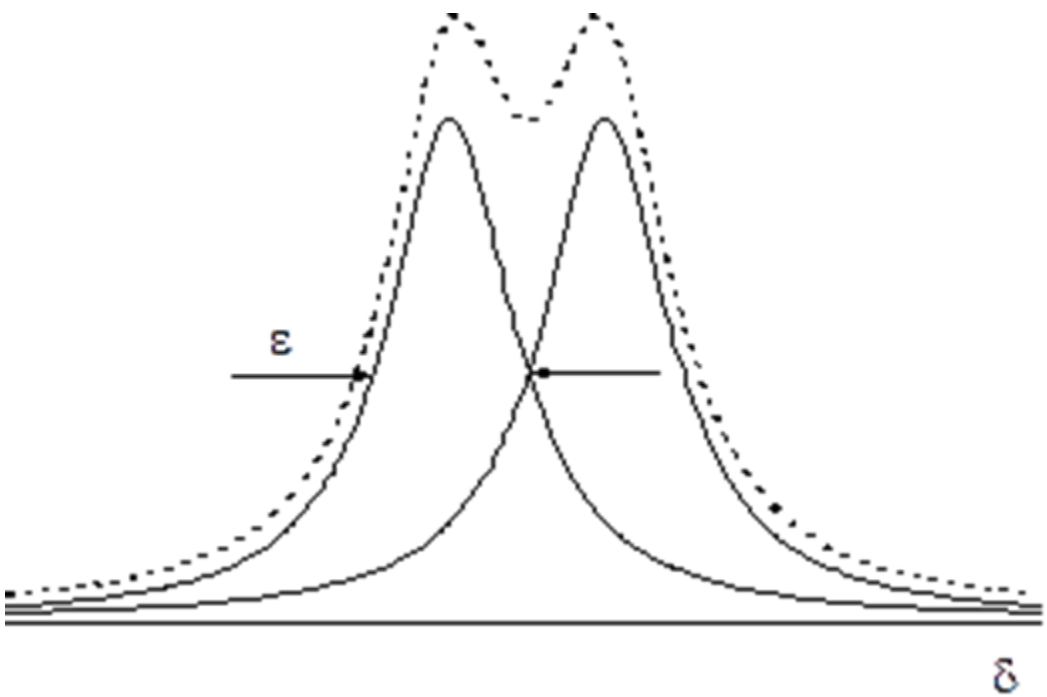
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$$

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN}$$


Нормаль к решетке
β
α
d sin α
d sin β
d
Δs=d(sin α ± sin β)


L
S1
R/2
ψ
Д.р.
R
φ-1
φ+1
φ0
m=-1
m=0
m=+2
m=+1


I
S
G
S
λ1
O'
D
λ2
r
O



$$R = b\frac{dn}{d\lambda}$$