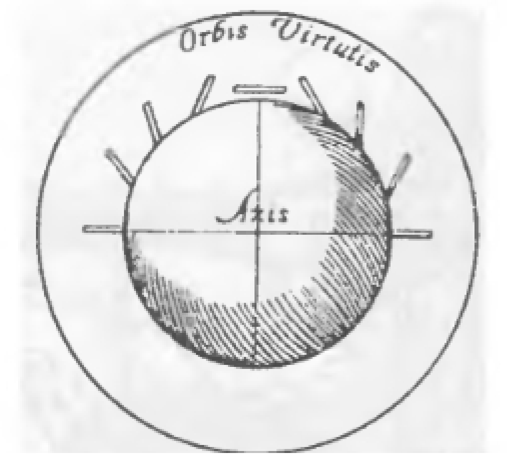
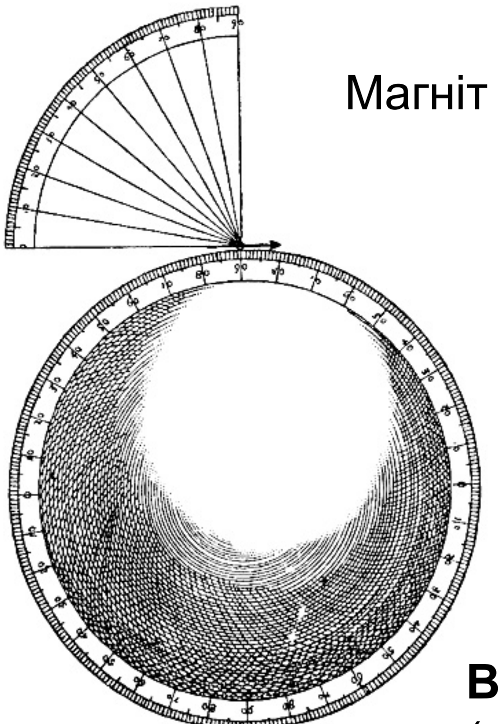
Електрика та магнетизм

Лекція 8. Постійне магнітне поле.

Магнітне поле.

Магнезія (Манісса, Турція) V ст. до н.е. Вільям Гільберт





Магніт є диполем, нема магнітних зарядів

Сила Лоренца $$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\vec{B}\right] \; CI$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\frac{\vec{v}}{c}\vec{B}\right] \; СГС$$

B – магнітна індукція. У системі СГС вимірюється у гаусах (гс), у системі СІ у теслах. 1 Тл=10^4 гс. с – швидкість світла у вакуумі, с=3×10^{10} см/с.

$$\vec{F} = q\left[\frac{\vec{v}}{\{c\}} \times \vec{B}\right], \ \vec{F} = \sum \vec{F}_i = \left[\frac{\sum q\vec{v}}{\{c\}} \times \vec{B}\right] = \frac{1}{\{c\}} \int \left[\vec{j} \times \vec{B}\right] dV$$

$$\vec{F} = \frac{1}{\{c\}} \int \left[\vec{j} \times \vec{B}\right] dV \ \frac{1}{\{c\}} \int \left[\vec{j} dS \times \vec{B}\right] dl = \frac{I}{\{c\}} \int \left[d\vec{l} \times \vec{B}\right]$$

Сила Ампера

$$\sum \ldots q_i \vec{v}_i \Leftrightarrow \int \ldots \vec{j} \, dV \Leftrightarrow I \int \ldots d\vec{l}$$

Нема магнітних зарядів. Одне з рівнянь Максвела у інтегральному та диференціальному виді у системах СГС та СІ має однаковий вигляд

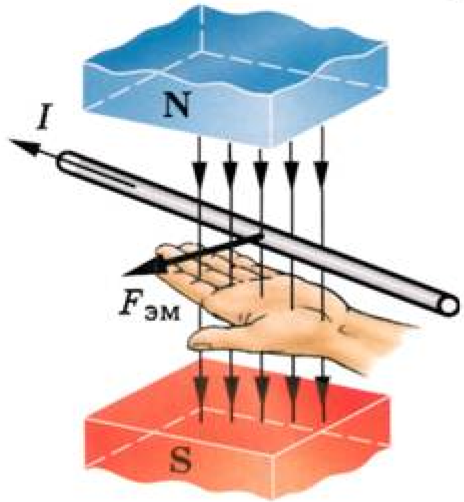
$$\boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \ \ div\vec{B} = 0}$$

Пошуки монополів Дірака

Закон Ампера

Закон Ампера определяет силу, действующую на проводник с током в магнитном поле

Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки (линии магнитного поля входят в ладонь, вытянутые пальцы по направлению тока, большой палец левой руки покажет направление силы Ампера.

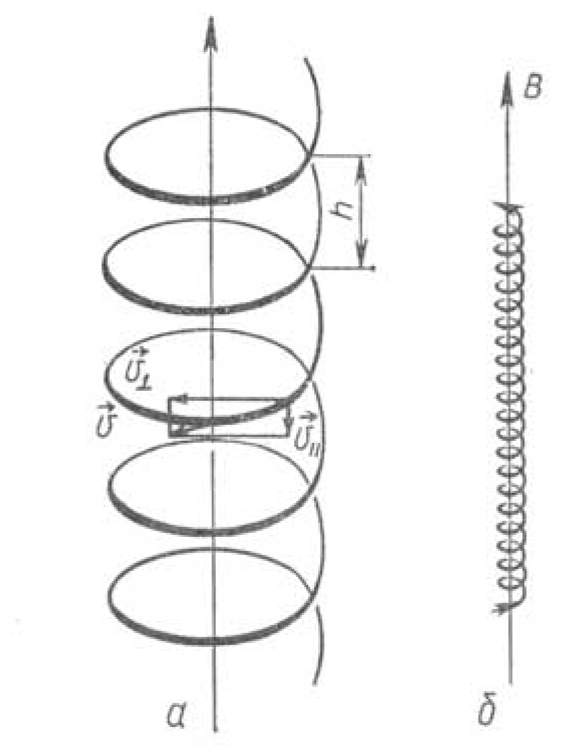


$$\vec{B} = rot\vec{A}, \ \ \vec{A} - векторний \ \ потенціал.$$

$$Потрібна \ \ ще \ \ додаткова \ \ умова, \ наприклад \ \ div\vec{A} = 0$$

При русі частинки в магнітному полі сила перпендикулярна до швидкості, тому кінетична енергія не змінюється. Прискорювачі частинок.

Рух зарядженої частинки у однорідному магнітному полі **B**=const (**A**=[**B**×**r**]/2 або A_x=-By, A_y=A_z=0).



$$m\dot{\vec{v}} = q\left[\frac{\vec{v}}{\{c\}} \times \vec{B}\right], \ \omega = \frac{qB}{m\{c\}}$$

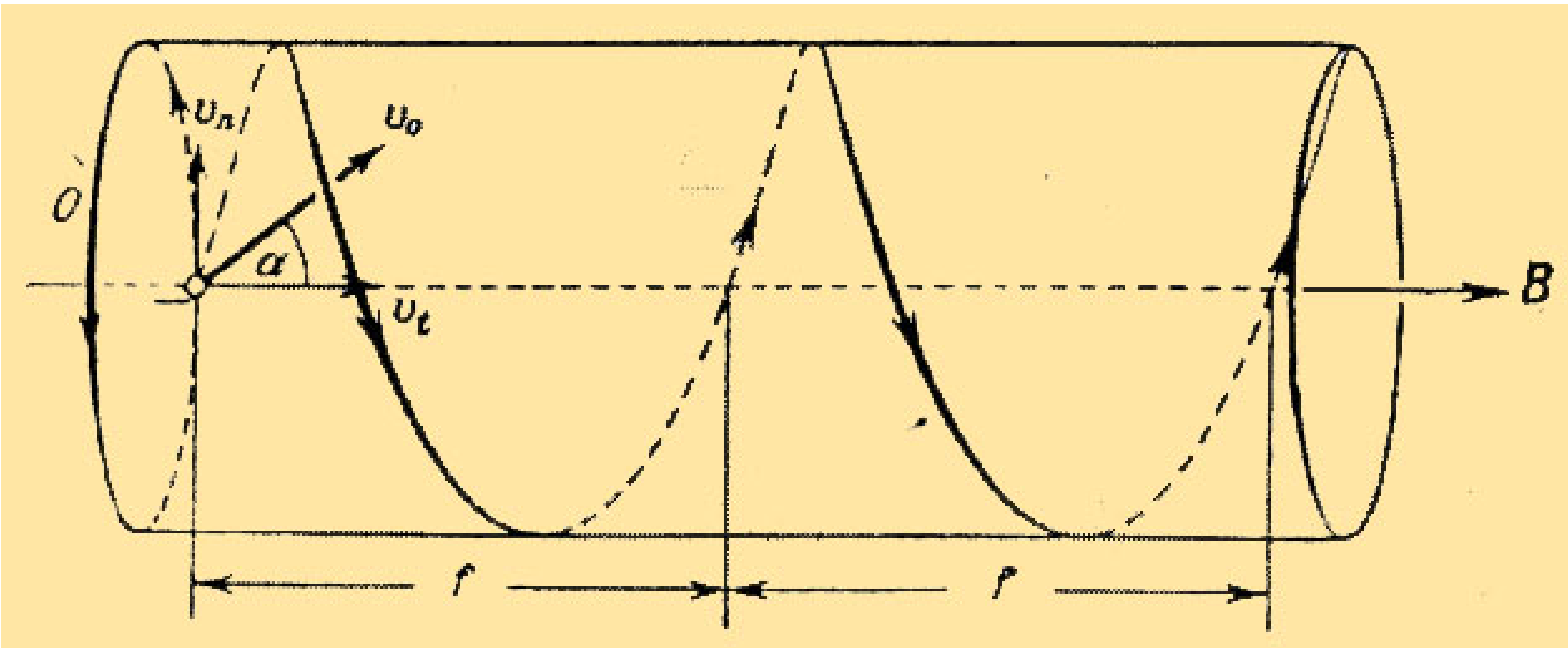
$$\dot{v}_y = -\omega v_x, \ \dot{v}_x = \omega v_y, \ \dot{v}_z = 0$$

$$v = const, \ v_z = const$$

$$\frac{d(v_x + iv_y)}{dt} = -i\omega(v_x + iv_y)$$

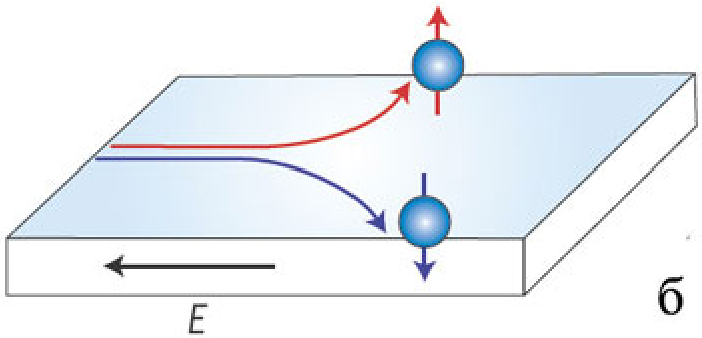
$$\Rightarrow v_x + iv_y = const \exp(-i\omega t)$$

$$v_t = \omega R$$



$$v_t = \omega R, \;\; m\omega^2 R = q\frac{v_t}{\{c\}}B = q\frac{\omega R}{\{c\}}B \Rightarrow \;\; \omega = \frac{qB}{m\{c\}}$$

Ефект Холла



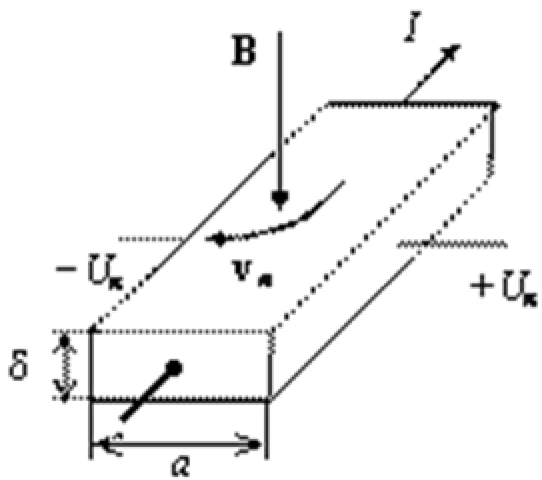
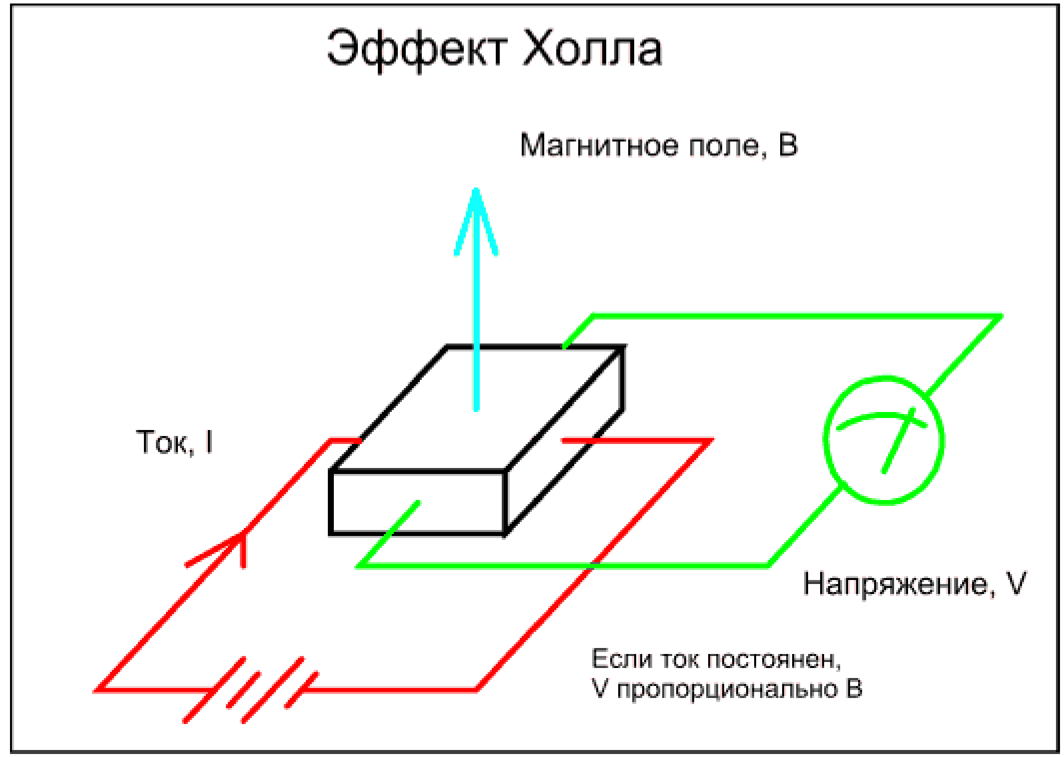
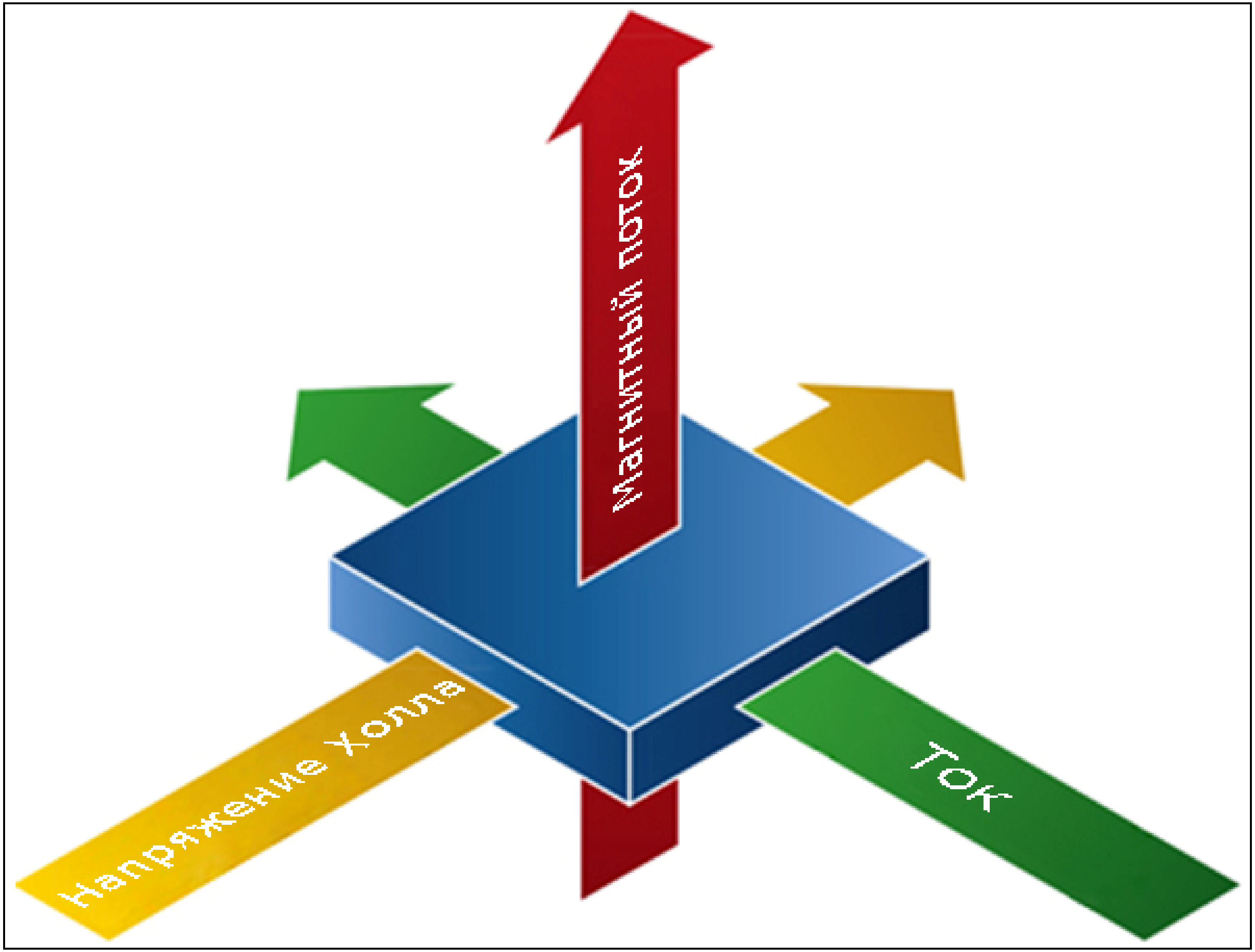
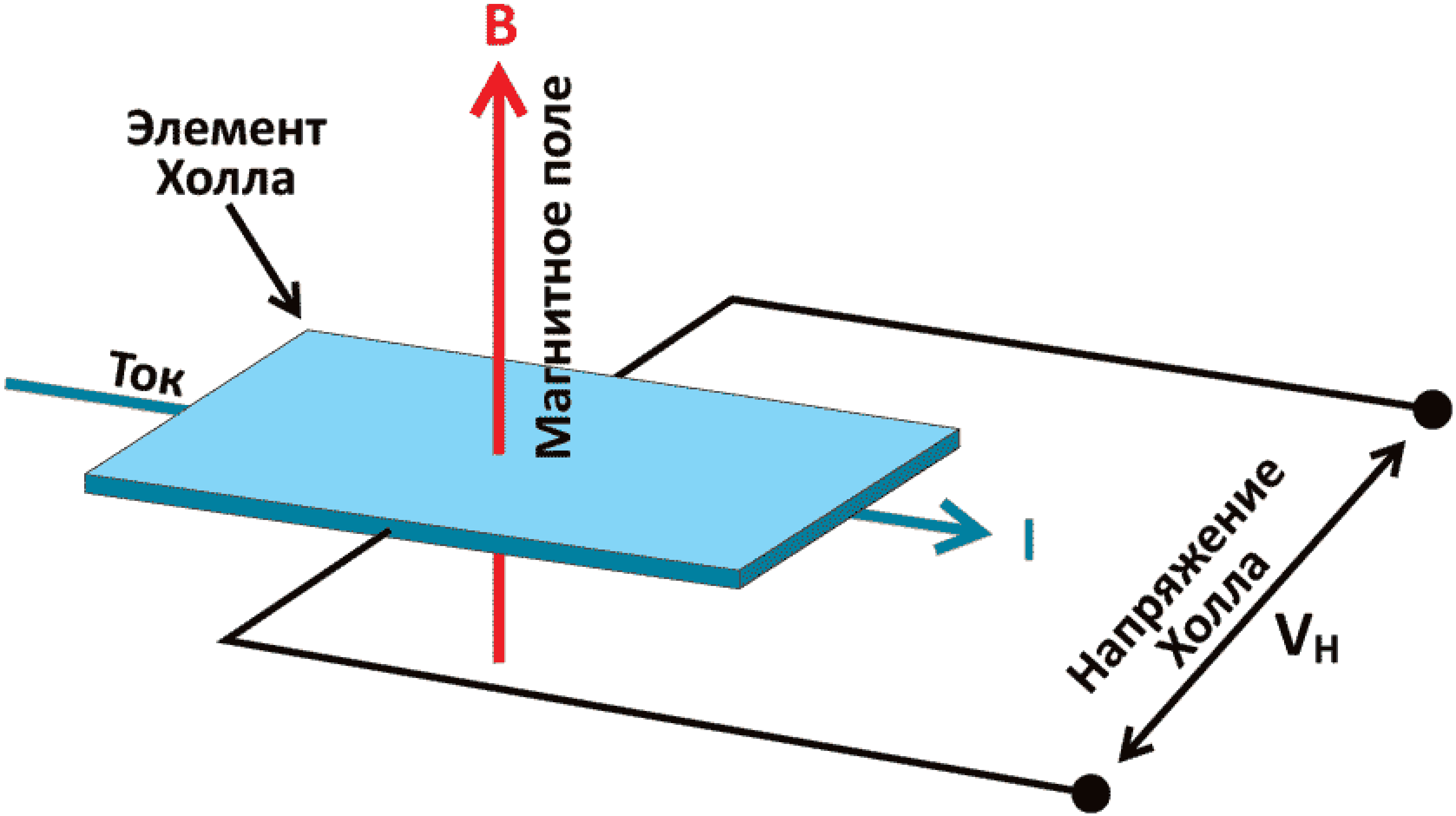


Рис. 6.8. Эффект Холла

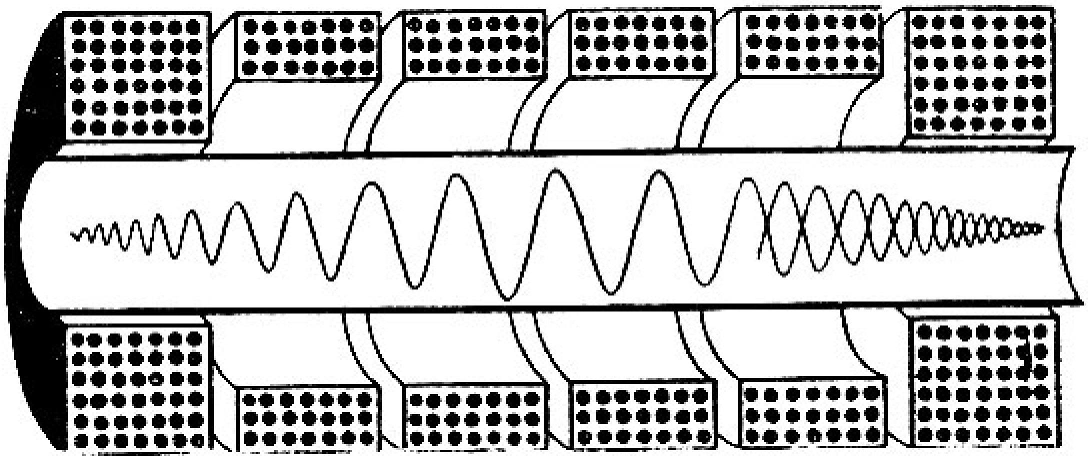


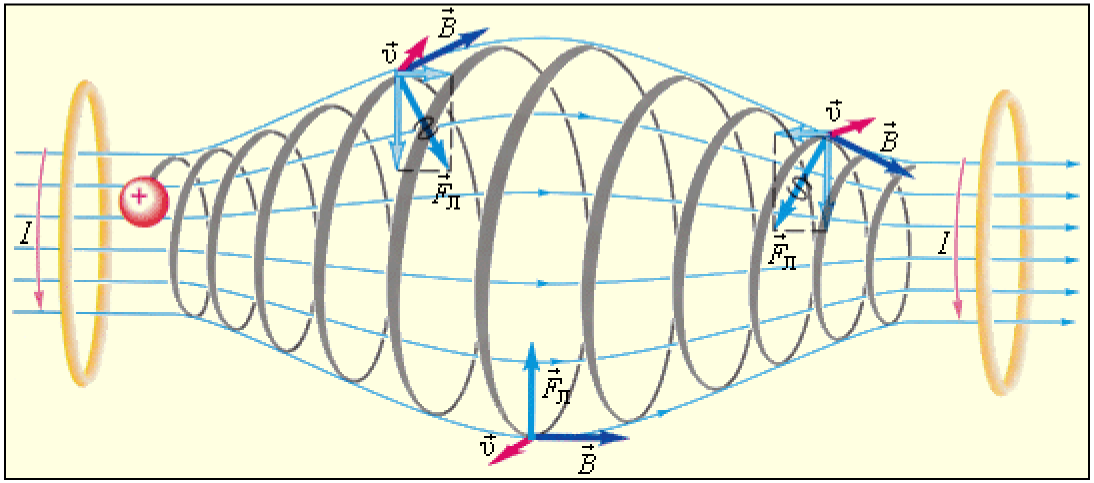
$$eE = \frac{e}{\{c\}} vB, v = \frac{j}{ne} = \frac{I}{neab}, \Delta\varphi = Ea = \frac{BI}{b} R,\ R = \frac{1}{ne\{c\}}$$

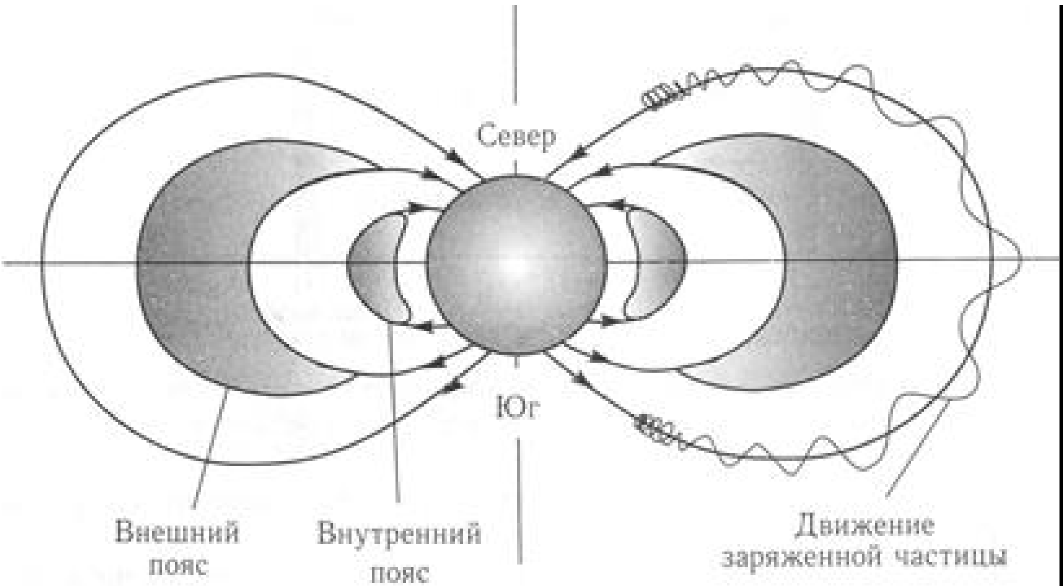

Магнитный поток
Напряжение Холла
Ток

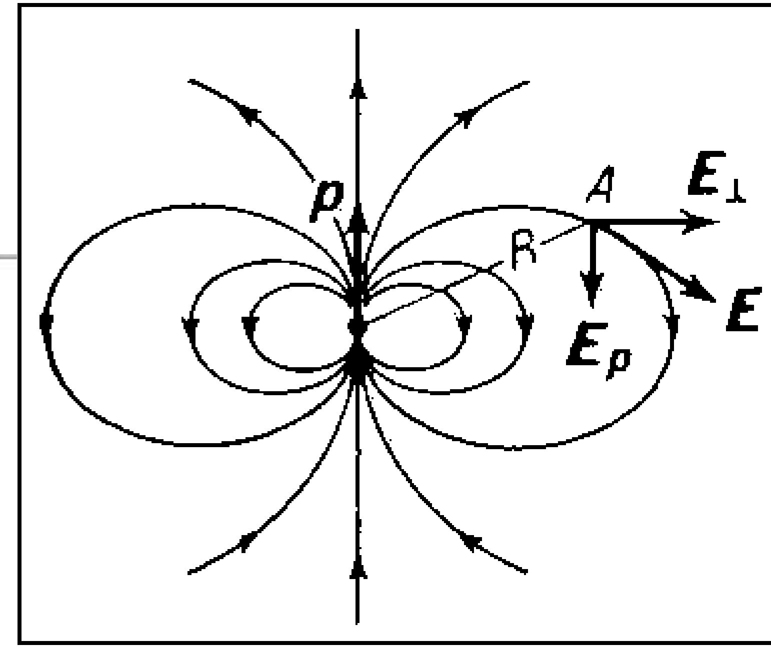

B
Магнитное поле
Элемент Холла
Ток
I
Напряжение Холла
V_H

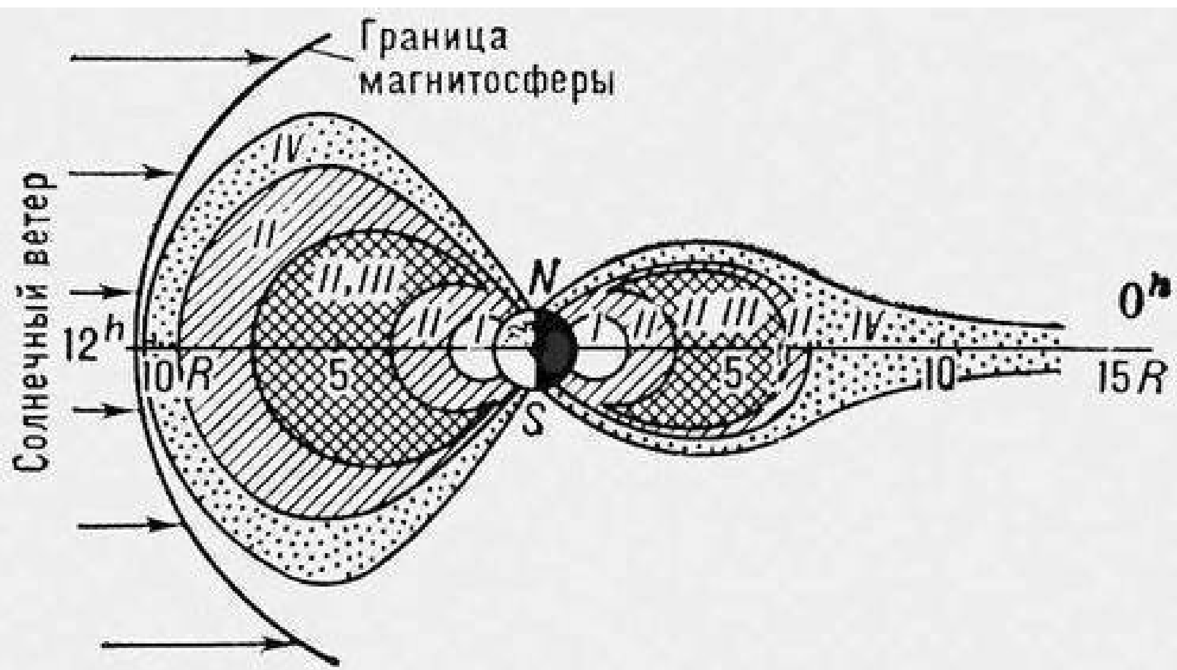
Неоднорідне поле

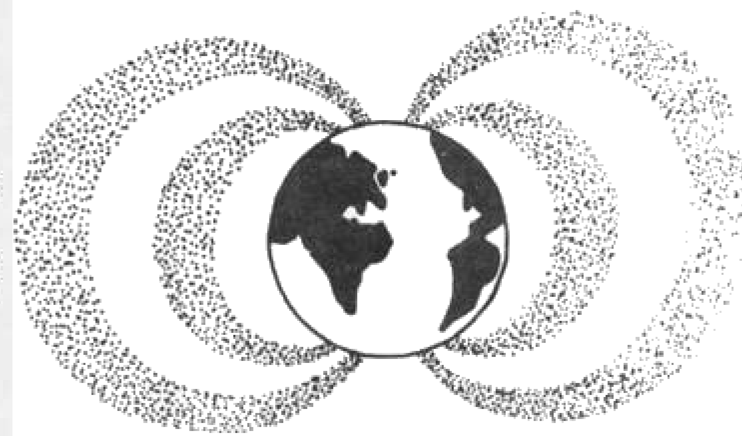


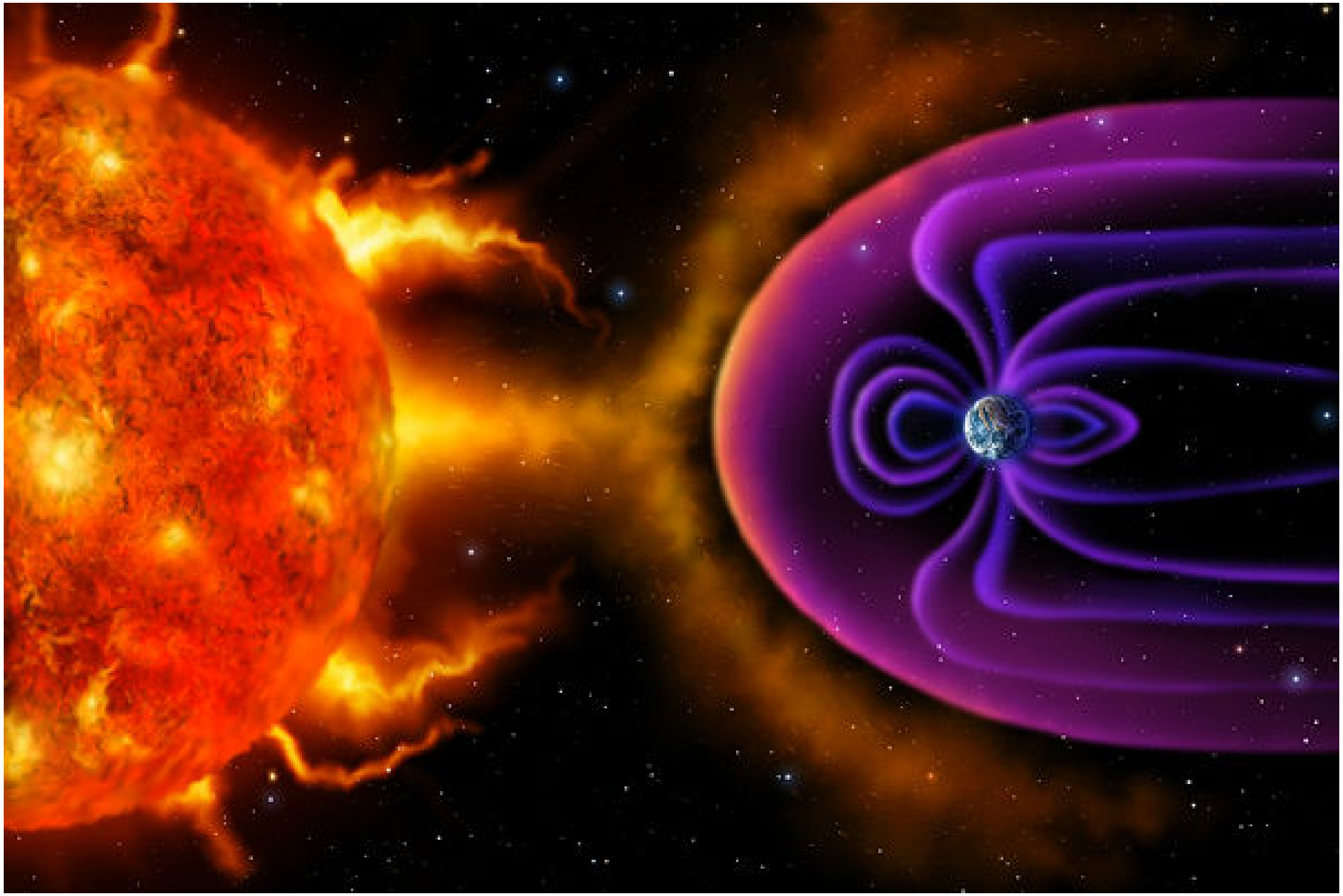


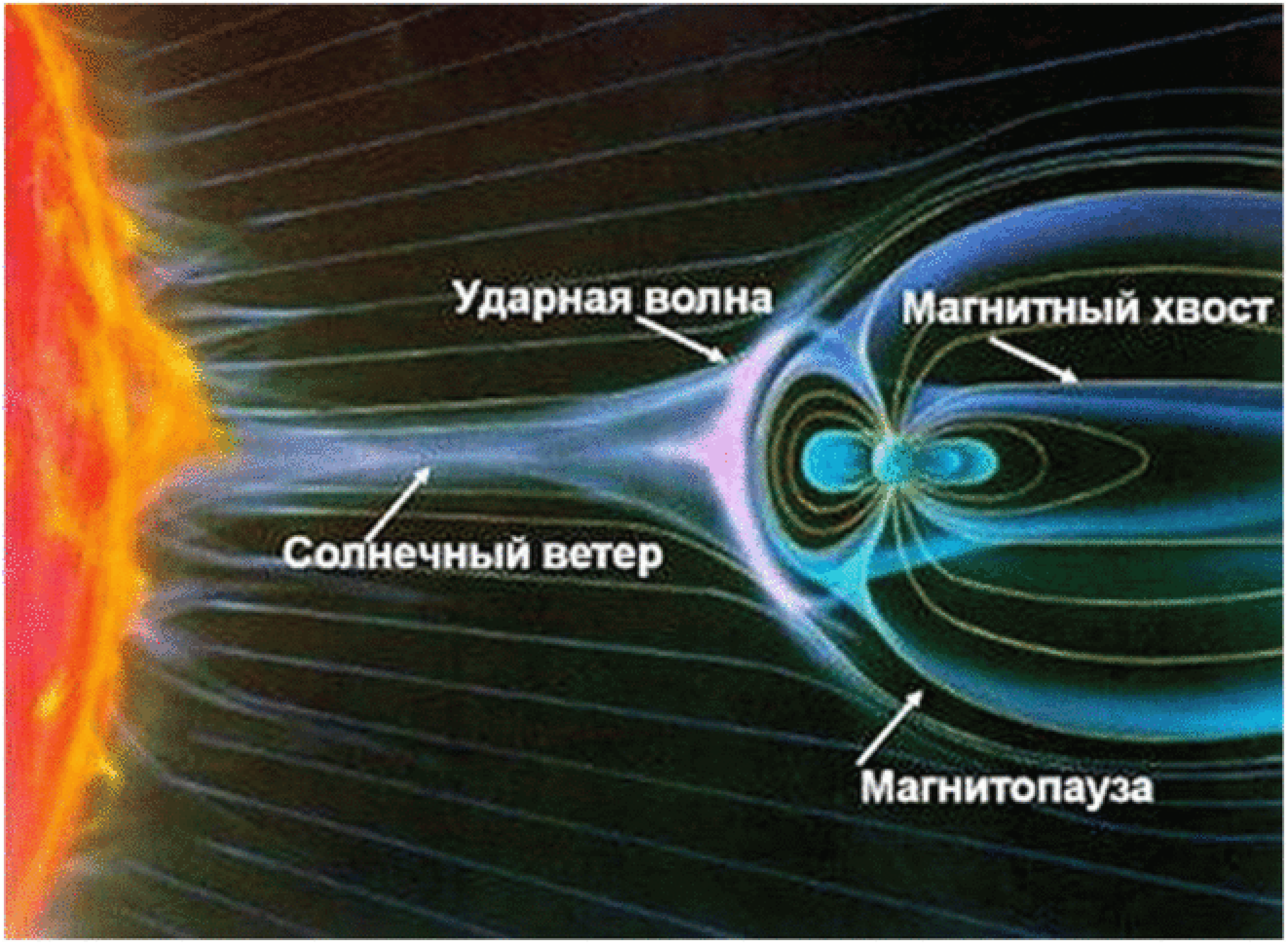

Север
Юг
Внешний пояс
Внутренний пояс
Движение заряженной частицы

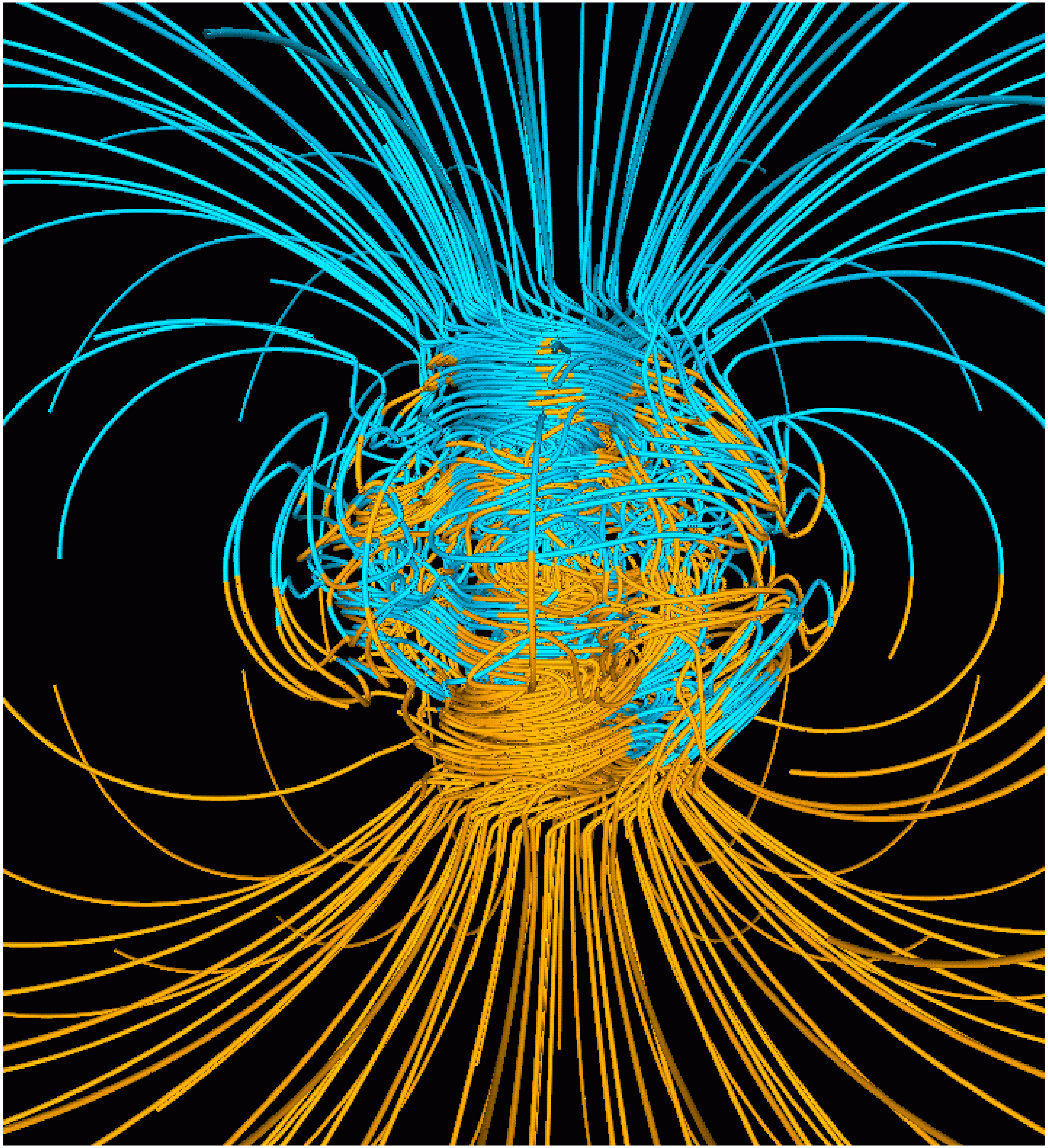

p
A
$E_\perp$
R
E
E_p


Граница магнитосферы
Солнечный ветер
12^h
0^h
N
S
IV
II
II, III
I
10 R
5
10
15 R



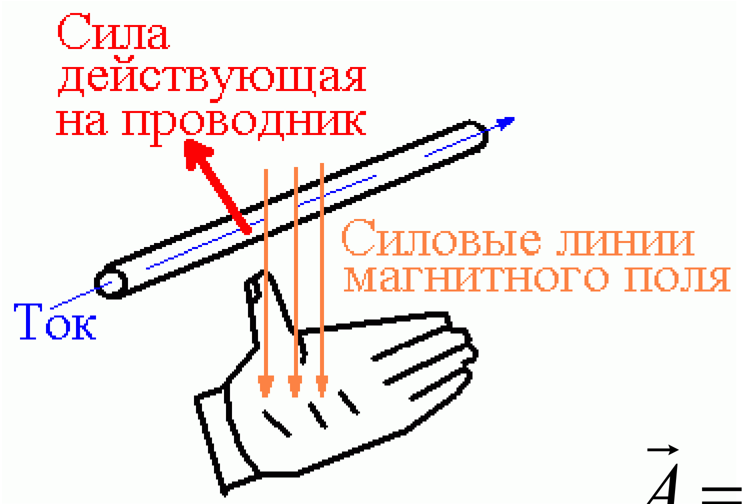



Ударная волна
Магнитный хвост
Солнечный ветер
Магнитопауза



Комп'ютерне моделювання геомагнітного поля нормальної полярності.

Computer simulation of the Earth's field in a period of normal polarity between reversals. The lines represent magnetic field lines, blue when the field points towards the center and yellow when away. The rotation axis of the Earth is centered and vertical. The dense clusters of lines are within the Earth's core.



Поле на великих відстанях від системи, мультипольний розклад. Перший внесок пов'язаний з магнітним дипольним моментом **m**

$$\vec{A} = \frac{[\vec{m}\,\vec{r}]}{r^3}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\sum q_i[\vec{r}_i\vec{v}_i]$$ усереднене за часом

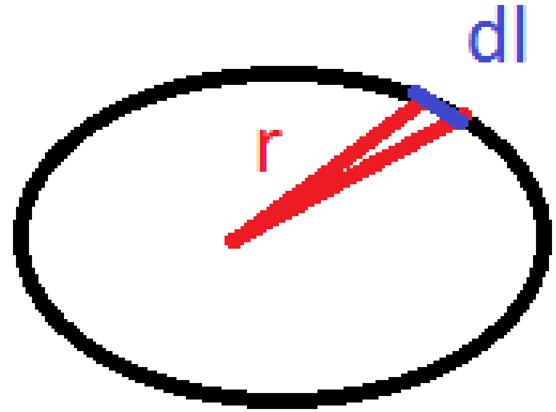
$$\vec{B} = rot\frac{[\vec{m}\,\vec{r}]}{r^3} = r^{-3}\,rot[\vec{m}\,\vec{r}] + \left[grad\left(r^{-3}\right)\times[\vec{m}\,\vec{r}]\right] =$$

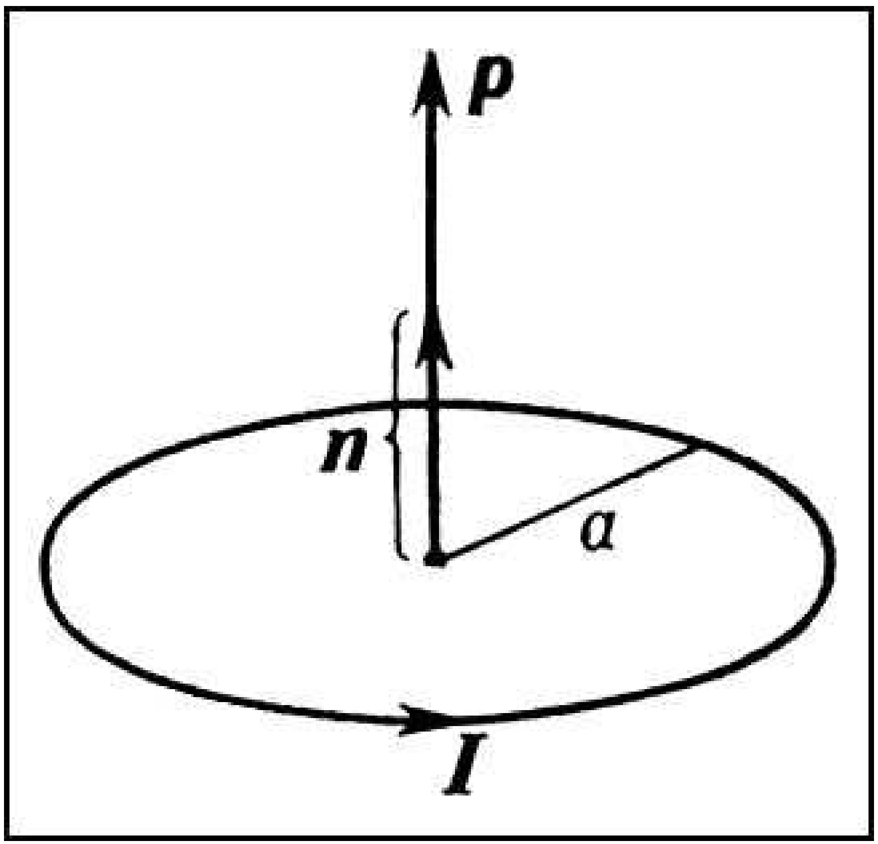
$$= r^{-3}\left\{(\vec{r}\nabla)\vec{m} - (\vec{m}\nabla)\vec{r} + \vec{m}\,div\,\vec{r} - \vec{r}\,div\,\vec{m}\right\} - 3r^{-5}\left[\vec{r}[\vec{m}\,\vec{r}]\right] =$$

$$= r^{-3}\left\{-\vec{m} + 3\vec{m}\right\} - 3r^{-5}\left\{\vec{m}r^2 - \vec{r}(\vec{r}\vec{m})\right\} = \frac{3\vec{n}(\vec{n}\vec{m}) - \vec{m}}{r^3}.$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\sum q_i[\vec{r}_i\vec{v}_i] = \frac{1}{2c}\oint[\vec{r}\vec{j}]dV$$

$$\vec{m} = \frac{I}{2c}\oint[\vec{r}d\vec{l}] = \frac{IS}{c}\vec{n}$$



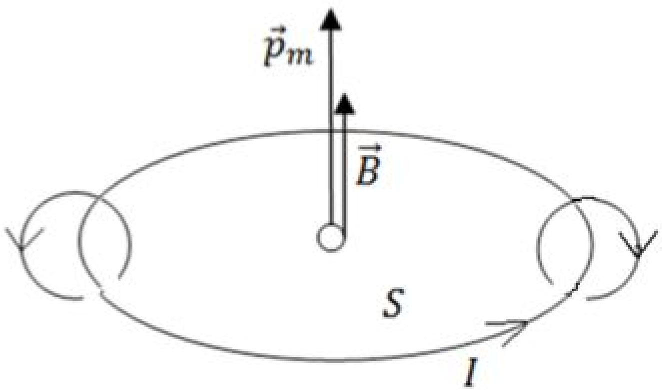


$$dS = \frac{1}{2}rdl\sin\alpha = \frac{1}{2}\left|[\vec{r}\times d\vec{l}]\right|$$

$$S = \frac{1}{2}\left|\oint[\vec{r}\times d\vec{l}]\right|$$

Магнитный момент контура

- Виток провода. Пропускаем через него ток. Получаем контур. Вокруг магнитное поле



$$p_m = IS$$

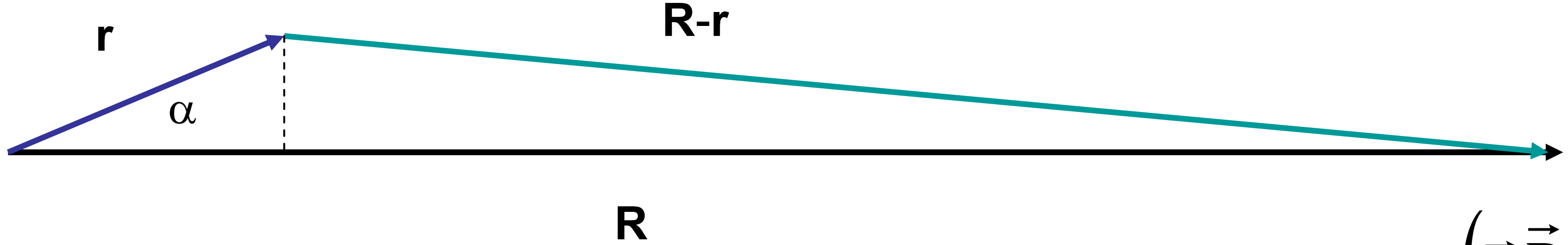
S – площадь витка

p_m - магнитный момент

Позначимо усереднення за часом рискою згори. Якщо $f = \dfrac{dU}{dt}$ та U змінюється у скінченому інтервалі, то

$$\bar{f} = \lim_{T\to\infty} \frac{\int_0^T f dt}{T} = \lim_{T\to\infty} \frac{U(T) - U(0)}{T}$$

$$0 \le \left|\bar{f}\right| \le \lim_{T\to\infty} \frac{U_{\max} - U_{\min}}{T} = 0 \Rightarrow \bar{f} = 0$$



$$\left|\vec{R} - \vec{r}\right| = \left|\vec{R}\right| - \left|\vec{r}\right| \cos\alpha + \ldots \approx R - \left(\vec{r}\vec{n}\right) = R - \frac{\left(\vec{r}\vec{R}\right)}{R}$$

$$\frac{1}{\left|\vec{R}-\vec{r}\right|} \approx \frac{1}{R-\frac{\left(\vec{r}\vec{R}\right)}{R}} = \frac{1}{R}\frac{1}{\left(1-\frac{\left(\vec{r}\vec{R}\right)}{R^2}\right)} \approx$$

$$\approx \frac{1}{R}\left(1+\frac{\left(\vec{r}\vec{R}\right)}{R^2}\right) = \frac{1}{R}+\frac{\left(\vec{r}\vec{R}\right)}{R^3}$$

У вакуумі (μ=1)

$$\vec{A} = \frac{1}{c}\int\frac{\vec{j}dV}{r} \qquad \sum \ldots q_i\vec{v}_i \Leftrightarrow \int \ldots \vec{j}\,dV \Leftrightarrow I\int \ldots d\vec{l}$$

$$\vec{A} = \frac{1}{c}\sum\frac{q_i\vec{v}_i}{\left|\vec{R}-\vec{r}_i\right|} \approx \frac{\sum q_i\vec{v}_i}{cR} + \frac{\sum q_i\vec{v}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)}{cR^3}$$

$$\sum q_i \vec{v}_i = \frac{d}{dt}\sum q_i \vec{r}_i \Rightarrow \frac{\overline{\sum q_i \vec{v}_i}}{cR} = 0 \qquad \overline{\vec{A}} = \frac{\overline{\sum q_i \vec{v}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)}}{cR^3}$$

$$\overline{\sum q_i \vec{v}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)} = \frac{1}{2}\overline{\sum q_i \vec{v}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)} + \frac{1}{2}\overline{\frac{d}{dt}\sum q_i \vec{r}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)} - \frac{1}{2}\overline{\sum q_i \vec{r}_i\left(\vec{R}\vec{v}_i\right)}$$

$$\overline{\vec{A}} = \frac{1}{2cR^3}\left(\overline{\sum q_i \vec{v}_i\left(\vec{R}\vec{r}_i\right)} - \overline{\sum q_i \vec{r}_i\left(\vec{R}\vec{v}_i\right)}\right) = \frac{\left[\vec{m}\vec{R}\right]}{R^3}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\overline{\sum q_i \left[\vec{r}_i \vec{v}_i\right]}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B},\ U = -\left(\vec{m}\vec{B}\right)$$

Напруженість магнітного поля **H** та намагніченість **M**

	СГС	СІ
B=	$\mathbf{H}+4\pi\mathbf{M}$	$\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$
rot **H**=	$4\pi\mathbf{j}/c$	$\mathbf{j}$
d**H**=	$I[\mathbf{dl}\times\mathrm{r}]/cr^3$	$I[\mathbf{dl}\times\mathrm{r}]/4\pi r^3$
w=	$\mu H^2/8\pi$	$\mu\mu_0 H^2/2$
M=	$\chi\mathbf{H}$	$\chi\mathbf{H}$
B=	$\mu\mathbf{H}$	$\mu\mu_0\mathbf{H}$
μ=	$1+4\pi\chi$	$1+\chi$

M – **Намагніченість, magnetization** (**magnetisation** in British English), **magnetic polarization**

μ - Магнітна проникність, permeability

$$\chi_{SI}=4\pi\chi_{CGS}$$

χ - Магнітна сприйнятливість, magnetic susceptibility.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, H / A^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, Гн / м \approx 1.2566 \, Гн / м$$

«*magnetic permittivity of vacuum*»

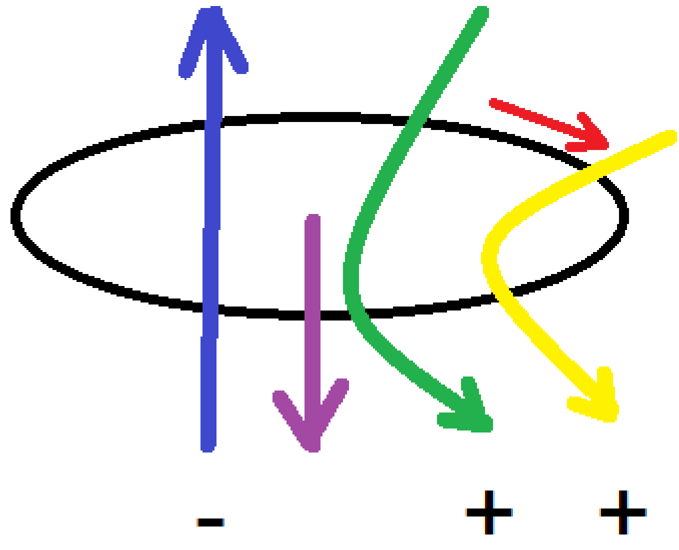
Напруженість магнітного поля **H**

1 A/m= 4π 10^{-3} ерстед

(російське позначення: Э; міжнародне: Oe)

Магніторушійна сила або **МРС**

$$F = \oint \vec{H} d\vec{l} = \left\{ \frac{4\pi}{c} \right\} \sum I_i$$



$$rot\,\vec{H} = \frac{1}{\mu} rot\,\vec{B} = \frac{1}{\mu} rot\,rot\,\vec{A} = -\frac{1}{\mu}\Delta\vec{A} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

$$\Delta\vec{A} = -\frac{4\pi\mu}{c}\vec{j} \Rightarrow \Delta A_x = -\frac{4\pi\mu}{c} j_x,\ \Delta A_y = -\frac{4\pi\mu}{c} j_y,\ \Delta A_z = -\frac{4\pi\mu}{c} j_z$$

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho,\ \varphi = \int\frac{\rho dV}{r} \to \vec{A} = \frac{\mu}{c}\int\frac{\vec{j}dV}{r}$$

При μ=1

$$\vec{B} = rot\vec{A} = rot\frac{1}{c}\int\frac{\vec{j}dV}{r} = \frac{1}{c}\int rot\frac{\vec{j}dV}{r} = \frac{1}{c}\int dV\,rot(\vec{j}r^{-1}) =$$

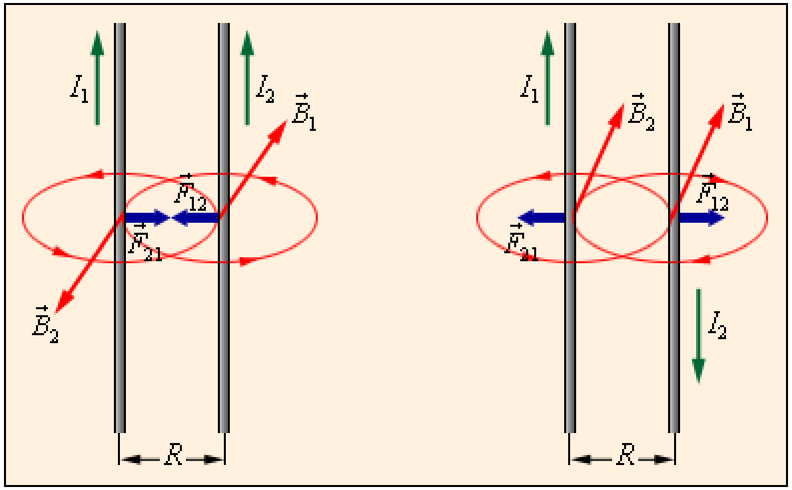
$$= \frac{1}{c}\int\left\{r^{-1}\,rot(\vec{j}) + \left[grad\left(r^{-1}\right)\vec{j}\right]\right\}dV = -\frac{1}{c}\int r^{-3}\left[\vec{r}\vec{j}\right]dV = \frac{1}{c}\int\frac{\left[\vec{j}\vec{r}\right]}{r^3}dV.$$

$$\vec{H} = \int \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{cr^3} dV = \frac{\sum [q_i \vec{v}_i \vec{r}]}{cr^3} = \frac{I}{c} \int \frac{[d\vec{l}\,\vec{r}]}{r^3}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{r^3} dV = \frac{1}{4\pi} \frac{\sum [q_i \vec{v}_i \vec{r}]}{r^3} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{[d\vec{l}\,\vec{r}]}{r^3}$$

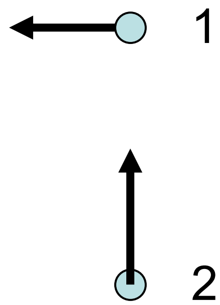
Закон Біо-Савара-Лапласа (Biot–Savart law)

Два струми з силами 1A на відстані 1м забезпечують силу магнітної взаємодії 2×10^{-7} Н/м.



Сила Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\vec{B}\right] \; CI$$



$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\frac{\vec{v}}{c}\vec{B}\right] \; C\Gamma C$$

Закон Біо-Савара-Лапласа

$$\vec{H} = \int \frac{\left[\vec{j}\vec{r}\right]}{cr^3} dV = \frac{\sum \left[q_i \vec{v}_i \vec{r}\right]}{cr^3} = \frac{I}{c}\int \frac{\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3}$$

$$\vec{H} = q\frac{\left[\vec{v}\vec{r}\right]}{cr^3}$$

$$\vec{B} = \mu\{\mu_0\}\vec{H}$$

Сила дії не дорівнює силі протидії!

Магнітна сприйнятливість для деяких матеріалів

Матеріал		$T_к$
вакуум	0	
вода	$-1.2 \cdot 10^{-5}$	
Bi	$-16.6 \cdot 10^{-5}$	
C	$-2.1 \cdot 10^{-5}$	
O_2	$0.19 \cdot 10^{-5}$	
Al	$2.2 \cdot 10^{-5}$	
Fe	200	774 °C
Co	70	1131 °C
Ni	110	354 °C